

Ein Beitrag zur Mehrkriterienoptimierung von Simulationsmodellen und Experimenten

Von der Fakultät für Maschinenbau, Elektrotechnik und Wirtschaftsingenieurwesen
der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Diplom-Ingenieur Michael Glora

geboren am 15. April 1970 in Nürnberg

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. G. Lappus
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. D. Bestle
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. A. Kühhorn
Tag der mündlichen Prüfung: 13. Juli 2001

Vorwort

Die vorliegende Arbeit konnte ich während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Maschinendynamik der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus anfertigen. Mein besonderer Dank gebührt deshalb dem Leiter des Lehrstuhls Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. D. Bestle für die Betreuung der Arbeit und die kritischen Anmerkungen, wertvollen Anregungen und ausführlichen Diskussionen sowie die Übernahme des Hauptberichts.

Danken möchte ich auch den vielen Mitarbeitern und Studenten der Fakultät für Maschinenbau, Elektrotechnik und Wirtschaftsingenieurwesen, die mich in einem guten Arbeitsklima bei meiner Arbeit unterstützt haben. Auf die gute Zusammenarbeit mit Herrn L. Anklam, der bei der Lösung kniffliger Rechner- und Messtechnikprobleme immer weiterhelfen konnte, war stets Verlass. Den Leitern der Werkstatt Herrn W. Dietz und Herrn M. Pietruschinski danke ich für die Unterstützung beim Aufbau und Betrieb des Prüfstands, der ohne die kurzfristige Anfertigung wichtiger Bauteile nicht so reibungslos möglich gewesen wäre. Die Studenten Z. Zhong, H. Kirsch und M. Kniebel haben mit ihren Arbeiten und ihrem Engagement verschiedene Ergebnisse zu dieser Arbeit beigetragen. Des Weiteren gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Maier und Herrn K. Kreusch vom Lehrstuhl Automatisierungstechnik für die effektive Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Simulation von Werkzeugmaschinen.

Abschließend möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Dr.-Ing. A. Kühhorn für die Übernahme des Zweitgutachtens bedanken.

Cottbus, im Juni 2001

Michael Glora

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der wichtigsten Symbole und Formelzeichen	VII
1 Einführung	1
1.1 Stand der Technik der rechnergestützten Parameteroptimierung	1
1.2 Ziel und Inhalt der Arbeit	3
2 Analyse mechanischer Systeme	5
2.1 Modellierung von Finite Elemente Systemen.....	6
2.2 Modellierung von Mehrkörpersystemen	9
2.3 Analyse mechanischer Systeme im Zeitbereich	12
2.4 Analyse mechanischer Systeme im Frequenzbereich	16
3 Optimierung	23
3.1 Gütekriterien zur Beurteilung dynamischer Systeme.....	24
3.2 Skalare Optimierungsalgorithmen	31
3.2.1 Simplex-Methode	37
3.2.2 Methode der modifizierten Asymptoten	39
3.2.3 Sequentielle quadratische Programmierung	44
3.3 Mehrkriterienoptimierung	47
4 Optimierungssoftwareumgebung	57
4.1 Anforderungen an eine Optimierungssoftwareumgebung.....	57
4.2 Methoden zur Empfindlichkeitsanalyse.....	61
4.3 Approximationsverfahren	68
5 Virtuelles Prototyping	73
5.1 Optimierung des Zeitverhaltens eines Fahrzeugmodells.....	73
5.2 Optimierung der Eigenfrequenzen eines Fahrzeugmodells	82

6 Parameteridentifikation	91
6.1 Identifikation der Parameter einer Linearachse	92
6.2 Identifikation nichtlinearer Kennlinien einer Werkzeugmaschine	102
7 Hardware-in-the-Loop Optimierung	111
7.1 Voraussetzungen für automatisierte HiL Optimierung	111
7.2 Anwendung am Beispiel von Schwingungstilgern	113
7.2.1 Schwingungsproblem	114
7.2.2 Passiver Schwingungstilger	119
7.2.3 Aktiver Schwingungstilger	127
8 Zusammenfassung	133
Literatur	137

Verzeichnis der wichtigsten Symbole und Formelzeichen

Lateinische Buchstaben

a	Beschleunigungsvektor	l	Momentenvektor
a, b, c	Koeffizienten der MMA	m	Masse
c_n	Fourierkoeffizienten	m	Anzahl der Ungleichungsnebenbedingungen
d	Stabilitätsgrad	n	Drehzahl
e	Fehlerbetrag	p	Anzahl Körper bzw. Elemente
e_k	k-ter Einheitsvektor	p	Vektor der Entwurfsvariablen
f	Lagefreiheitsgrad	p*	optimale Lösung
f	skalares Gütekriterium	p^u, p^o	untere und obere Parameterschranken
f	Frequenz	q	Kraftvektor
f	Kraftvektor	q	Parameter der MMA
f	rechte Seiten des Differentialgleichungssystems	r	Parameter der MMA
f	Vektorkriterium	r	Metrik
f₀	ideale Lösung	r	Strafparameter
g	Geschwindigkeitsfreiheitsgrad	r	Ortsvektor
g	Gleichungsnebenbedingungen	ds	Vektor der infinitesimalen Drehung
h	Anzahl der Entwurfsvariablen	t	Zeit
h	Ungleichungsnebenbedingungen	u	Vektor der Stellgrößen
h	Erregerfunktion	u, o	untere/obere Asymptote
i	Strom	v	Geschwindigkeitsvektor
i, j, k	Zählindizes	w	Fensterfunktion
k	Vektor der verallgemeinerten Zentrifugal-, Kreisel- und Corioliskräfte	w	Gewichtungsvektor
l	Anzahl der Gleichungsnebenbedingungen	w	Vektor der Messgrößen
		x	Zustandsvektor

y	verallgemeinerte Koordinaten	K	Rückführmatrix
z	verallgemeinerte Geschwindigkeiten	L	Lagrange Funktion
A	Systemmatrix	M	Drehmoment
B	Eingangsmatrix	M	Massenmatrix
B	Ersatzmatrix der Hessematrix W	N	Anzahl der Stützstellen
C	Beobachtungsmatrix	N	Matrix der nichtkonservativen Lagekräfte
D	Lehrsches Dämpfungsmaß	P	Matrix der geschwindigkeitsabhängigen Kräfte
	Dämpfungsgrad		
D	Dämpfungsmatrix	Q	Matrix der lageabhängigen Kräfte
E	Einheitsmatrix	Q	Bewertungsmatrix Zustandsgrößen (Riccati)
F	Bewertungsfunktion des dynamischen Verhaltens	R	Residuenmatrix
G	Frequenzgang	S	Bewertungsmatrix Stellgrößen (Riccati)
G	Kreiselmatrix	S	Drehmatrix
G^1	Bewertungsfunktion des Endzustands	W	Arbeit
I	Inzidenzmatrix	W	Hessematrix der Lagrange Funktion
I	Trägheitstensor		
J	Jacobimatrix	X	Modalmatrix der Zustandsform
J	quadratische Regelfläche (Riccati)	Y	Modalmatrix der mechanischen Bewegungsgleichung
K	Steifigkeitsmatrix		

Griechische Buchstaben

α	Winkelbeschleunigungsvektor	ν	Iterationsindex
α, β	Parameterschranken des MMA Teilproblems	σ	Realteil der Eigenwerte
γ	Gradientenänderung der Lagrange Funktion	σ	Straffunktion
δ	Abklingkonstante	ψ	Kriterium
λ	Vektor der Eigenwerte	ω	Kreisfrequenz
λ, μ	Lagrange Multiplikatoren	ω	Winkelgeschwindigkeitsvektor
		Φ	Pseudogütefunktion
		Λ	Diagonalmatrix der Eigenwerte

1 Einführung

Um trotz des Konkurrenzkampfes auf dem globalen Markt bestehen zu können, reicht ein gutes Produkt meist nicht aus, ein Anfangsentwurf muss weiterentwickelt und optimiert werden, um den Ansprüchen des Käufers zu genügen. Diese Weiterentwicklung erfolgte bisher im Wesentlichen durch auf Erfahrung und Intuition beruhendem Ausprobieren, zum einen Teil auf der Basis von Berechnungen an Modellen, zum anderen Teil an Prototypen. Durch die zunehmende Verbreitung durchgängig rechnergestützter Entwurfsprozesse auf der Basis von CAX Methoden, vorangetrieben durch die immer preiswerter verfügbare Rechentechnik und qualifiziertes Personal, ist eine wichtige Voraussetzung für den Einsatz vorhandener Optimierungsalgorithmen gegeben. Mit der Festlegung von Entwurfparametern des Systems und der Definition von Gütekriterien, die einen objektiven Vergleich verschiedener Entwürfe ermöglichen, kann die Ermittlung optimaler Systemparameter systematisiert und auf den Rechner übertragen werden. Meist kann jedoch der so gefundene Entwurf nicht ohne eine Feinabstimmung in die Praxis umgesetzt werden, weil z. B. das der Optimierung zu Grunde liegende Berechnungsmodell auf Grund von Idealisierungen und Vereinfachungen das dynamische Verhalten des realen Systems nicht exakt widerspiegelt. In diesen Fällen steht also trotz des Einsatzes modernster Berechnungsmethoden am Ende des Entwicklungsprozesses eine aufwendige Suche nach optimalen Lösungen durch Herumprobieren an Prototypen. Um diesen letzten Schritt zu systematisieren, fehlen Optimierungsverfahren, welche die Suche nach optimalen Systemparametern auf Basis von Messungen erlauben.

1.1 Stand der Technik der rechnergestützten Parameteroptimierung

Die ersten großen Anwendungsgebiete der Parameteroptimierung liegen im Operations Research. Mit Hilfe der ersten verfügbaren Computer wurden zunächst lineare Optimierungsprobleme gelöst, bevor durch immer leistungsfähigere Rechentechnik die Voraussetzung für die Entwicklung und den Einsatz von Algorithmen für allgemein nichtlineare Gütefunktionen gegeben war.

Heute existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Optimierungsalgorithmen, die sich für den Anwender im Wesentlichen durch Einschränkungen bei der Definition von Gütefunktionen und benötigten Informationen über Gütefunktion und Parameterempfind-

lichkeit unterscheiden. Ordnung und Struktur eines Modells, auf dem manche Optimierungsalgorithmen aufbauen, bleiben dem Anwender meist verborgen, sind jedoch teilweise für die Konvergenz der Verfahren entscheidend. Zur iterativen Lösung der bereits erwähnten Optimierungsaufgaben mit linearer Gütefunktion und ebenfalls linearen Nebenbedingungen dient das Simplex-Verfahren als einer der ersten Optimierungsalgorithmen, SCHWARZ [85]. Die Lösung des linearen Ausgleichsproblems im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate ist mit Hilfe von Orthogonaltransformationen wie der Householder-Transformation möglich. Für die Erweiterung auf nichtlineare kleinste Fehlerquadrate eignen sich das Levenberg-Marquart sowie das Gauß-Newton-Verfahren, welche spezielle Eigenschaften der Gütefunktion ausnutzen, STOER [94]. Allgemein nichtlineare Optimierungsaufgaben ohne Nebenbedingungen können mit dem Gradientenverfahren, Konjugierte Gradientenverfahren, dem Newton-Verfahren oder dem Quasi-Newton-Verfahren gelöst werden, die auf unterschiedlichen Modellen beruhen. Müssen bei der Optimierung zusätzlich nichtlineare Nebenbedingungen berücksichtigt werden, bietet die Verwendung des Lagrange-Newton-Verfahrens die besten Voraussetzungen bezüglich Effizienz und Konvergenzverhalten, SCHITTKOWSKI [84]. Die Simplex-Methode von NELDER UND MEAD [68] hat Dank ihrer einfachen Anwendbarkeit und Programmierbarkeit einen großen Verbreitungsgrad erreicht, erlaubt in ihrem originalem Aufbau aber keine Nebenbedingungen. Ohne Modellvorstellung arbeiten Verfahren wie Tabu Search, Genetische Algorithmen und Simulated Annealing, PHAM UND KARABOGA [71].

Die in verschiedensten Anwendungsbereichen gesammelte Erfahrung mit der rechnergestützten Optimierung zeigt, dass kein für alle Aufgabenstellungen bestens geeignetes Optimierungsverfahren existiert. Deshalb wurden die oben aufgezählten Verfahren in vielen Einsatzgebieten auf spezielle Problemstellungen angepasst oder erweitert.

In der Finite Elemente Rechnung ist eine schnelle Konvergenz der eingesetzten Optimierungsverfahren auf Grund langer Rechenzeiten, die aus großen Modellen resultieren, sehr wichtig. Im Bereich statischer Optimierungsprobleme hat sich die Methode der modifizierten Asymptoten von SVANBERG [95] bewährt, die auf einem Hyperbelansatz für Gütefunktion und Nebenbedingungen beruht und damit beispielsweise Spannungen in Abhängigkeit von Bauteilgeometrien sehr gut approximiert. Die Querschnitts-Optimierung von Fachwerken führt auf nicht differenzierbare Funktionen der Nachgiebigkeit, für die spezielle Verfahren der Non-Smooth Optimization entwickelt wurden, ACHTZIGER [1]. Um die Vorteile von Gradientenverfahren zu nutzen, wurden Methoden zur semi-analytischen Empfindlichkeitsanalyse gefunden, die eine exaktere und weniger aufwendige Gradientenbestimmung ermöglichen als die sonst üblicherweise verwendeten Finiten Differenzen Verfahren, OLHOFF UND LUND [69].

Ebenfalls zum Problemkreis der Strukturdynamik gehört die Experimentelle Modalanalyse, bei der ein Modell einer schwingungsfähigen Struktur auf der Basis von Messungen erstellt wird. Das Problem der Identifikation einer großen Anzahl Modellparameter auf Basis von Least-Square-Vergleichen zwischen Modell und Messung wird sowohl mit linearen als auch nichtlinearen Optimierungsverfahren gelöst, BALMÈS [4].

In der Regelungstechnik werden bei der Ermittlung optimaler Reglerparameter mit dem Riccati-Verfahren integrale Kriterien angewandt, deren Integrand eine quadratische Funktion der Steuer- und Zustandsgrößen ist. Voraussetzung ist dabei die Linearität der systembeschreibenden Differentialgleichungen.

Die Anwendung von Optimierungsverfahren ist auf dem Gebiet der Mehrkörpersysteme noch weniger verbreitet als in der Strukturmechanik, obwohl einige Veröffentlichungen der letzten Jahre wichtige Beiträge geliefert haben. Bei BESTLE [5] findet man mit der Adjungierte Variablen Methode ein semi-analytisches Konzept zur Empfindlichkeitsanalyse bei relativ allgemein gehaltenen integralen Kriterien. Der Problematik verrauschter Gütefunktionen durch Ungenauigkeiten bei der numerischen Integration der Bewegungsgleichungen wird von ETMAN [24] mit Approximationskonzepten, von WIMMER [101] mit Methoden der Versuchsplanung und von CHOI UND KELLEY [15] mit angepassten Finiten Differenzen begegnet. Der Gedanke der Optimierung auf der Basis von Experimenten ist prinzipiell neu, führt aber bei Anwendung konventioneller Optimierungsalgorithmen zu Konvergenzproblemen, die bisher nicht zufrieden stellend gelöst werden konnten, GILMORE ET AL. [29].

Während viele Veröffentlichungen die Notwendigkeit der Mehrkriterienoptimierung erkannt und Verfahren zur Reduktion des Vektorproblems auf skalare Optimierungsprobleme bereitgestellt haben, STADLER [91] und ESCHENAUER [22], sind diese in der Praxis kaum verbreitet. Oftmals hat der Anwender schon bei der mathematischen Formulierung skalarer Kriterien Probleme, weil Hilfen und Auswahlmöglichkeiten fehlen.

1.2 Ziel und Inhalt der Arbeit

Ziel der Arbeit ist die Entwicklung einer Optimierungsumgebung für dynamische Systeme, die sowohl Kriterien aus Simulationen und Berechnungen als auch Kriterien aus Messungen an Experimenten verarbeiten kann. Um den Anwender bei der Definition der Kriterien nicht einzuschränken, sollen die eingesetzten Optimierungsverfahren nicht auf spezielle Modelle oder Berechnungsmethoden begrenzt sein, sondern allgemein nichtlineare Kriterien zulassen. Da ein einzelnes Kriterium vielen Aufgabenstellungen nicht gerecht wird, müssen auch unterschiedliche Vektroptimierungskonzepte einfließen, die in einer Mehrkriterien-Mehrmodell-Struktur mehrere Kriterien auf Basis verschiedener Modelle auswerten.

Im zweiten Kapitel werden mit der Modellbildung von Finite Elemente Systemen und Mehrkörpersystemen zunächst die Grundlagen der rechnergestützten Systemanalyse geschaffen. Die entsprechenden Bewegungsgleichungen lassen sich im Zeit- und Frequenzbereich auswerten.

Für die Optimierung müssen Gütekriterien festgelegt werden, die das dynamische Verhalten des Systems objektiv bewerten. Beispiele solcher Gütefunktionen aus unterschiedlichen Bereichen finden sich in Kapitel 3, wo auch auf Schwierigkeiten bei der mathematischen Formulierung einiger Kriterien eingegangen wird. Um die Problematik und mögliche Konflikte bei der Kopplung von Optimierungsalgorithmus und auf Messungen beruhenden Kriterienwerten zu erkennen, werden verschiedene skalare Optimierungsalgorithmen sowie einige Techniken zur Vektorkriterienoptimierung beschrieben.

Vor der Entwicklung einer Softwareumgebung sind zunächst die wesentlichen Anforderungen an das Programm zu definieren. Aus der Forderung nach effizienten Optimierungsalgorithmen ergibt sich die Notwendigkeit von Verfahren zur Empfindlichkeitsanalyse, die im vierten Kapitel zusammengestellt sind. Auf Basis bekannter Verfahren wird ein Approximationskonzept weiterentwickelt, das speziell auf die bei Messungen auftretenden Gradientenunsicherheiten abgestimmt ist.

Im fünften Kapitel wird die entwickelte Softwareumgebung auf Testprobleme des Virtual Prototyping angewandt und die implementierten skalaren Optimierungsverfahren bezüglich ihrer Effizienz verglichen. Ein weiteres Beispiel macht die Schwierigkeiten bei der richtigen Wahl der Mehrkriterienoptimierungsstrategie deutlich.

Voraussetzung für die Optimierung mechanischer Systeme auf Basis von Simulationen ist ein Modell, welches das dynamische Verhalten des realen Systems sehr genau widerspiegelt. Falls sich nicht alle Parameter des Modells direkt bestimmen lassen, können unsichere oder unbekannte Größen durch einen Vergleich von Messung und Simulation ermittelt werden. Bei diesen Identifikationsverfahren ist ein sequentielles Vorgehen sinnvoll, bei dem einzelne Parameter an Hand unterschiedlicher Gütefunktionen mit zum Teil unterschiedlichen Modellen optimiert werden.

In Kapitel 7 wird ein Aufbau zur Durchführung automatisierter Experiment-gekoppelter Optimierungsverfahren beschrieben. Er bildet die Grundlage sowohl für die optimale Auslegung von Reglerparametern eines mechatronischen Systems als auch für die Optimierung der Parameter eines aktiven Systems, das eine passive Feder-Dämpfer-Kombination emuliert.

Abschließend erfolgt eine Zusammenfassung der eingesetzten Verfahren und Methoden sowie eine Bewertung der Ergebnisse.

2 Analyse mechanischer Systeme

Voraussetzung für die Definition geeigneter Gütekriterien zur Beurteilung dynamischer Systeme auf Basis von Simulationsmodellen ist die Beschreibung des Bewegungsverhaltens durch Bewegungsgleichungen. Heutige Verfahren zur rechnergestützten Untersuchung mechanischer Systeme beruhen auf unterschiedlichen Ansätzen und Modellen. In der Technischen Mechanik unterscheidet man im Wesentlichen

- ◆ *Kontinuierliche Systeme,*
- ◆ *Finite Elemente Systeme* und
- ◆ *Mehrkörpersysteme.*

Die Wahl des Modells hängt primär von der Struktur des zu untersuchenden Systems, aber auch von der zu Grunde liegenden Fragestellung ab. Dabei ist eine strenge Trennung zwischen obigen Modellen nicht immer sinnvoll, in vielen Fällen kommen hybride Modelle, d. h. Kombinationen verschiedener Modelltypen, zum Einsatz, BREMER UND PFEIFFER [11].

Kontinuierliche Systeme beschreiben massebehaftete verformbare Körper, auf deren Volumen und/oder Oberfläche stetig verteilte Kräfte oder Spannungen wirken. Aus den lokalen Bewegungsgleichungen infinitesimaler Volumenelemente lassen sich mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeit die Reaktionsspannungen eliminieren und man erhält unter Berücksichtigung der Randbedingungen globale partielle Differentialgleichungen für den betrachteten Körper. Der Vorteil der Exaktheit dieses Ansatzes im Sinne der Kontinuumsmechanik ist mit einer Einschränkung der analytischen Lösbarkeit auf einfache Geometrien verbunden. Für eine numerische Lösung der partiellen Differentialgleichung ist eine mathematische Diskretisierung erforderlich, so dass im Allgemeinen nur Näherungslösungen gefunden werden können.

Ebenso wie kontinuierliche Systeme sind auch Finite Elemente Systeme aus massebehafteten verformbaren Körpern aufgebaut. Einzelkräfte und -momente wirken hier auf diskrete Knotenpunkte, zusätzlich können eingeprägte Volumenkräfte berücksichtigt werden. Unter diesen Annahmen lassen sich zunächst die lokalen Bewegungsgleichungen eines einzelnen Finiten Elements aufstellen. Die Bewegungsgleichung des Gesamtsystems erhält man anschließend durch Zusammenfügen aller Elemente zu einem Finite Elemente System. Auf Grund der Approximation der realen Verschie-

bungen durch Ansatzfunktionen des Finiten Elements stellt das Verfahren eine Näherungslösung dar.

Im Gegensatz zu Systemen mit verteilten Parametern, zu denen kontinuierliche und Finite Elemente Systeme zählen, handelt es sich bei Mehrkörpermodellen um Systeme mit konzentrierten Parametern. Eigenschaften wie Trägheit, Elastizität oder Viskosität werden diskreten Elementen zugeordnet, so dass sich die Modelle aus starren Körpern und masselosen Koppelementen wie Federn und Dämpfern zusammensetzen. Durch geeignetes Verknüpfen der Newton-Euler'schen Gleichungen der einzelnen Teilkörper erhält man unter Berücksichtigung der Bindungen die Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems.

Während kontinuierliche Systeme in der praktischen Anwendung eher eine untergeordnete Rolle spielen, werden Finite Elemente Modelle bereits standardmäßig in strukturdynamischen Untersuchungen eingesetzt, bei denen meist kleine Verformungen vorausgesetzt werden. Die Methode der Mehrkörpersysteme hat sich für die Analyse nichtlinearer Bewegungen beispielsweise in der Fahrzeugdynamik und der Robotik bewährt. Unabhängig vom gewählten Modell kann im Anschluss an die Modellbildung eine Analyse der Systemgleichungen unter Berücksichtigung der zu untersuchenden Problemstellung im Zeit- oder Frequenzbereich erfolgen.

Neben Berechnungen spielen in der technischen Dynamik Experimente und seit der Verfügbarkeit leistungsfähiger Echtzeit-Simulationsumgebungen auch Experimentgekoppelte Simulationen eine große Rolle. Für die Berechnung geeigneter Gütefunktionen dieser realen Systeme müssen Messungen durchgeführt werden, deren Auswertung analog zu den virtuellen Systemen im Zeit- oder Frequenzbereich erfolgen kann.

2.1 Modellierung von Finite Elemente Systemen

Sieht man von Crashberechnungen oder der Simulation von Umformvorgängen ab, so liegen bei strukturmekanischen Untersuchungen in der Regel nur kleine Bewegungen und Verformungen vor. Unter dieser Voraussetzung sowie bei Beschränkung auf lineare Materialeigenschaften ergeben sich lineare Gleichungen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Finite Elemente Modellen. Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf solche lineare Finite Elemente Systeme.

Zunächst sind die lokalen Bewegungsgleichungen eines einzelnen Finiten Elements aufzustellen, die auf Grundlagen der Kontinuumsmechanik basieren. Eine Diskretisierung des Elements durch Festlegung von Knoten und Wahl von Ansatzfunktionen für

die Verschiebungen innerhalb des Elements in Abhängigkeit der Knotenpunktsverschiebungen $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{f_i}$ führt unter Berücksichtigung der Materialgesetze auf eine Bewegungsgleichung der Form

$$\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{x}}_i(t) + \mathbf{K}_i \mathbf{x}_i(t) = \mathbf{q}_i^e(t) + \mathbf{q}_i^r(t), \quad (2.1)$$

LINK [61]. Dabei berücksichtigt die symmetrische Massenmatrix \mathbf{M}_i die Trägheit, die symmetrische Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_i die Elastizität und die Vektoren \mathbf{q}_i^e und \mathbf{q}_i^r die auf das Element wirkenden Oberflächen- und Volumenkräfte, aufgeteilt in eingeprägte Kräfte und Reaktionskräfte.

Die globalen Bewegungsgleichungen des Systems ergeben sich aus den lokalen Bewegungsgleichungen der einzelnen Finiten Elemente. Dazu sind die lokalen Gleichungen durch Transformation in die globalen Koordinaten zu überführen, in denen bereits innere und äußere Bindungen berücksichtigt sind. Mit den freien Knotenpunktsverschiebungen $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^f$ des Systems lässt sich der geometrische Zusammenhang zu den lokalen Verschiebungen \mathbf{x}_i über Jacobimatrizen $\mathbf{I}_i \in \mathbb{R}^{f_i \times f}$ durch die Beziehung

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{I}_i \mathbf{y} \quad (2.2)$$

beschreiben. Nach dem d'Alembert'schen Prinzip leisten die Reaktionskräfte keine virtuelle Arbeit und für die Summe der Skalarprodukte aus virtuellen Verschiebungen und Reaktionen gilt

$$\delta W^r = \sum_{i=1}^p \delta \mathbf{x}_i^T \mathbf{q}_i^r = 0 \quad (2.3)$$

oder mit (2.2)

$$\delta \mathbf{y}^T \sum_{i=1}^p \mathbf{I}_i^T \mathbf{q}_i^r = 0. \quad (2.4)$$

Auf Grund der Unabhängigkeit der Variationen $\delta \mathbf{y}$ muss die Summe verschwinden und man erhält durch Einsetzen der lokalen Bewegungsgleichungen (2.1) nach Einführen der globalen Massenmatrix

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^p \mathbf{I}_i^T \mathbf{M}_i \mathbf{I}_i, \quad (2.5)$$

der Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^p \mathbf{I}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{I}_i, \quad (2.6)$$

und dem Vektor der verallgemeinerten Kräfte

$$\mathbf{q} = \sum_{i=1}^p \mathbf{I}_i^T \mathbf{q}_i^e \quad (2.7)$$

die globale Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{y}(t) = \mathbf{q}(t), \quad (2.8)$$

wobei die globale Massen- und Steifigkeitsmatrix auf Grund der Symmetrie der lokalen Matrizen ebenfalls symmetrisch sind.

Für die Berechnung von Eigenmoden nur schwach gedämpfter Systeme und statische Untersuchungen ist die Beziehung (2.8) ausreichend. Zur Ermittlung von Übertragungsfunktionen oder allgemeiner Lösungen für gegebene Anfangsbedingungen und Kraftverläufe sind zusätzlich Dämpfungseffekte in Form einer symmetrischen Dämpfungsmatrix \mathbf{D} einzuführen. Mit der Berücksichtigung der Dämpfungsmatrix lautet die globale Bewegungsgleichung des Finite Elemente Systems

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{y}(t) = \mathbf{q}(t). \quad (2.9)$$

Da physikalische Annahmen über Dämpfungskräfte meist schwierig zu erhalten sind und die Berechnung einer konsistenten Dämpfungsmatrix analog zur Massen- und Steifigkeitsmatrix zu im Allgemeinen nicht diagonalisierbaren Bewegungsgleichungen führt, wird in der Praxis häufig mit der modalen Dämpfung gearbeitet. Dazu wird die Bewegungsgleichung (2.9) mit Hilfe der aus den Eigenvektoren $\tilde{\mathbf{y}}_i$ aufgebauten Modalmatrix

$$\mathbf{Y} = [\tilde{\mathbf{y}}_1 \cdots \tilde{\mathbf{y}}_f] \quad (2.10)$$

auf Normalkoordinaten $\hat{\mathbf{y}}$ transformiert:

$$\mathbf{Y}^T \mathbf{M} \mathbf{Y} \ddot{\hat{\mathbf{y}}}(t) + \mathbf{Y}^T \mathbf{D} \mathbf{Y} \dot{\hat{\mathbf{y}}}(t) + \mathbf{Y}^T \mathbf{K} \mathbf{Y} \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{Y}^T \mathbf{q}(t). \quad (2.11)$$

Bei Verwendung massenorthonormaler Eigenvektoren gilt für diagonalisierbare Systeme

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^T \mathbf{M} \mathbf{Y} &= \mathbf{E}, \\ \mathbf{Y}^T \mathbf{D} \mathbf{Y} &= \text{diag}\{2\delta_i\}, \\ \mathbf{Y}^T \mathbf{K} \mathbf{Y} &= \text{diag}\{\omega_{0i}^2\}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Somit lässt sich die für die Bewegungsgleichung (2.9) geeignete Dämpfungsmatrix

$$\mathbf{D} = \mathbf{Y}^{-T} \text{diag}\{2\delta_i\} \mathbf{Y}^{-1} \quad (2.13)$$

berechnen, wenn jeder Eigenform \tilde{y}_i ein Lehr'sches Dämpfungsmaß $D_i = \delta_i/\omega_{0i}$ zugeordnet wird, welches entweder aus Materialdaten abgeschätzt wird oder durch Messungen an vergleichbaren Strukturen ermittelt werden kann.

Bei der Modellierung und Analyse Finiten Elemente Systeme kann der Ingenieur auf eine Vielzahl käuflich erwerbbarer Programmsysteme wie z. B. NASTRAN [14] oder ANSYS [27] zurückgreifen. Verschiedene Elementtypen sind bereits in Bibliotheken integriert und müssen nicht durch den Nutzer bereitgestellt werden. Das Programm übernimmt das Aufstellen der globalen Bewegungsgleichungen sowie deren Lösung. In vielen Fällen wird die Modellbildung durch eine graphische Benutzeroberfläche unterstützt. Eine abschließende Visualisierung der Ergebnisse verbessert das Verständnis des Systemverhaltens.

2.2 Modellierung von Mehrkörpersystemen

In Abhängigkeit der Bindungen und der Struktur eines Mehrkörpersystems unterscheidet man

- *Mehrkörpersysteme mit Baumstruktur und kinematischen Schleifen sowie*
- *holonome und nichtholonome Mehrkörpersysteme.*

Nach Wahl geeigneter Minimalkoordinaten, welche unabhängig sind und Lage sowie Orientierung aller Körper des Systems eindeutig festlegen, lassen sich Mehrkörpersysteme mit Baumstruktur stets durch ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem beschreiben. Bei Systemen mit kinematischen Schleifen ist in vielen ebenen Fällen ebenfalls eine Darstellung in Minimalkoordinaten möglich. Durch Einarbeiten der Schleifenschließbedingung können abhängige Variablen aus der Bewegungsgleichung des Systems mit aufgeschnittener Schleife eliminiert und eine Darstellung als gewöhnliches Differentialgleichungssystem erreicht werden. Falls die Schließbedingung nicht in einfacher expliziter Form sondern nur implizit vorliegt, kann keine Darstellung in Minimalkoordinaten gefunden werden. In diesen Fällen ist das systembeschreibende differential-algebraische Gleichungssystem mit speziellen Integrationsalgorithmen zu lösen, SCHIRM [82] und KREUZER [56].

Holonome Bindungen schränken Bewegungen auf Lageebene ein. In holonomen Systemen sind deshalb Lagefreiheitsgrad f und Geschwindigkeitsfreiheitsgrad g identisch. Bei nichtholonomen Mehrkörpersystemen führen nichtintegrierbare Geschwindigkeitsbindungen zu einer zusätzlichen Einschränkung des Geschwindigkeitsfreiheitsgrads $g < f$, SCHIEHLEN [81]. Die für das Aufstellen der Bewegungsgleichung von Mehrkörpersystemen erforderlichen Schritte werden aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nur für holonome Systeme dargestellt.

Bei der physikalischen Modellbildung legt man die Bewegungsmöglichkeiten des Systems durch Wahl f verallgemeinerter Koordinaten $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^f$ fest. In Abhängigkeit dieser Koordinaten und der Zeit t kann die Lage der Körperschwerpunkte durch Ortsvektoren $\mathbf{r}_i \in \mathbb{R}^3$ und die Körperorientierung durch Drehmatrizen $\mathbf{S}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ beschrieben werden:

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(\mathbf{y}, t), \quad (2.14)$$

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{S}_i(\mathbf{y}, t). \quad (2.15)$$

Für die Beschreibung von Geschwindigkeit und Beschleunigung erhält man nach Einführen der Jacobimatrizen von Translation und Rotation

$$\mathbf{J}_{Ti} = \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \mathbf{y}^T}, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{J}_{Ri} = \frac{\partial \mathbf{S}_i}{\partial \mathbf{y}^T}, \quad (2.17)$$

mit dem Vektor der infinitesimalen Verdrehung $d\mathbf{s}_i \in \mathbb{R}^3$, $d\tilde{\mathbf{s}}_i = d\mathbf{S} \mathbf{S}_i^T$, die Beziehungen

$$\mathbf{v}_i = \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{J}_{Ti} \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t} = \mathbf{J}_{Ti} \dot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{v}}_i, \quad (2.18)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \frac{d\mathbf{s}_i}{dt} = \mathbf{J}_{Ri} \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial t} = \mathbf{J}_{Ri} \dot{\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{\omega}}_i, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{a}_i = \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{J}_{Ti} \ddot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{y}^T} \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} = \mathbf{J}_{Ti} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{a}}_i, \quad (2.20)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i = \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \mathbf{J}_{Ri} \ddot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial \mathbf{y}^T} \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial t} = \mathbf{J}_{Ri} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i. \quad (2.21)$$

Anschließend sind für alle Körper die Newton'schen und Euler'schen Gleichungen

$$m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{f}_i^e + \mathbf{f}_i^r, \quad (2.22)$$

$$\mathbf{I}_i \boldsymbol{\alpha}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{l}_i^e + \mathbf{l}_i^r \quad (2.23)$$

aufzustellen, wobei die auf die Körper wirkenden Kräfte und Momente unterschieden werden in von den Bindungen hervorgebrachte Reaktionen \mathbf{f}_i^r und \mathbf{l}_i^r sowie aus Kraftgesetzen zu ermittelnde eingeprägte Kräfte \mathbf{f}_i^e und Momente \mathbf{l}_i^e . Nach dem Prinzip der virtuellen Arbeit verschwindet die Summe der Skalarprodukte aus virtuellen Bewegungen $\delta \mathbf{r}_i$, $\delta \mathbf{s}_i$ und Reaktionen \mathbf{f}_i^r , \mathbf{l}_i^r ,

$$\delta W^r = \sum_{i=1}^p (\delta \mathbf{r}_i^T \mathbf{f}_i^r + \delta \mathbf{s}_i^T \mathbf{l}_i^r) = 0, \quad (2.24)$$

und man erhält nach Einsetzen der Newton-Euler'schen Gleichungen unter Berücksichtigung der Kinematik

$$\delta \mathbf{y}^T \sum_{i=1}^p \left[\mathbf{J}_{Ti}^T (m_i \mathbf{J}_{Ti} \ddot{\mathbf{y}} + m_i \bar{\mathbf{a}}_i - \mathbf{f}_i^e) + \mathbf{J}_{Ri}^T (\mathbf{I}_i \mathbf{J}_{Ri} \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{I}_i \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i - \mathbf{l}_i^e) \right] = 0. \quad (2.25)$$

Auf Grund der Unabhängigkeit der Variationen $\delta \mathbf{y}$ ergibt sich daraus nach Einführung der Massenmatrix

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^p (\mathbf{J}_{Ti}^T m_i \mathbf{J}_{Ti} + \mathbf{J}_{Ri}^T \mathbf{I}_i \mathbf{J}_{Ri}), \quad (2.26)$$

des Vektors der verallgemeinerten Coriolis-, Zentrifugal- und Kreiselkräfte

$$\mathbf{k} = \sum_{i=1}^p (\mathbf{J}_{Ti}^T m_i \bar{\mathbf{a}}_i + \mathbf{J}_{Ri}^T \mathbf{I}_i \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i + \mathbf{J}_{Ri}^T \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i) \quad (2.27)$$

und des Vektors der verallgemeinerten eingepprägten Kräfte

$$\mathbf{q} = \sum_{i=1}^p (\mathbf{J}_{Ti}^T \mathbf{f}_i^e + \mathbf{J}_{Ri}^T \mathbf{l}_i^e) \quad (2.28)$$

die im Allgemeinen nichtlineare Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}(\mathbf{y}, t) \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) = \mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) \quad (2.29)$$

des holonomen Mehrkörpersystems, SCHIEHLEN [81].

Nichtholonome Bindungen führen zu zusätzlichen Einschränkungen auf Geschwindigkeitsebene, so dass für eine Beschreibung des Systems in Minimalkoordinaten f Lagefreiheitsgrade $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^f$ und $g < f$ verallgemeinerte Geschwindigkeiten $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^g$ ausreichen. Die Geschwindigkeitsbindungen lassen sich durch Kinematikdifferentialgleichungen

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{v}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t) \quad (2.30)$$

ausdrücken, deren Einarbeitung in die Kinetik auf das nichtlineare Differentialgleichungssystem

$$\mathbf{M}(\mathbf{y}, t) \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{k}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t) = \mathbf{q}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t) \quad (2.31)$$

führt.

Um für holonome und nichtholonome Systeme eine einheitliche Darstellung der Bewegungsgleichungen zu erhalten, bietet sich für holonome Modelle die Einführung des Vektors der verallgemeinerten Geschwindigkeiten $\dot{z} = \dot{y}$ an. Damit kann die Bewegungsgleichung (2.29) in Beziehung (2.31) überführt werden.

In vielen Fällen lässt sich die Bewegung des Systems um eine Gleichgewichtslage oder Sollbewegung linearisieren. Das aus einer Linearisierung der Bewegungsgleichung resultierende System

$$\mathbf{M}(t) \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{P}(t) \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{Q}(t) \mathbf{y} = \mathbf{h}(t) \quad (2.32)$$

wird durch die zeitabhängige Massenmatrix $\mathbf{M}(t)$, die Matrix der geschwindigkeitsabhängigen Kräfte $\mathbf{P}(t)$, die Matrix der lageabhängigen Kräfte $\mathbf{Q}(t)$ sowie die Erregerfunktion $\mathbf{h}(t)$ beschrieben. Bei zeitinvarianten Systemen sind die Matrizen konstant und können in ihre symmetrischen und schiefsymmetrischen Anteile aufgespalten werden:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}} + (\mathbf{D} + \mathbf{G}) \dot{\mathbf{y}} + (\mathbf{K} + \mathbf{N}) \mathbf{y} = \mathbf{h}(t) \quad (2.33)$$

Dabei werden die Dämpfungskräfte in der symmetrischen Dämpfungsmatrix \mathbf{D} , die gyroskopischen Kräfte in der schiefsymmetrischen Kreiselmatrix \mathbf{G} , die konservativen Lagekräfte in der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} sowie die nichtkonservativen Lagekräfte in der schiefsymmetrischen Matrix \mathbf{N} zusammengefasst. Die Bewegungsgleichungen linearer Finite Elemente Systeme (2.9) sind damit als Spezialfall in Gleichung (2.33) enthalten, bei dem die schiefsymmetrischen Matrizen verschwinden.

Mit Hilfe verschiedener Programmsysteme können die Bewegungsgleichungen automatisch erstellt werden, nachdem der Ingenieur die physikalische Modellbildung, also den Übergang vom realen System auf das mechanische Ersatzsystem, durchgeführt hat. Eine offene Struktur des verwendeten Programms erlaubt eine Erweiterung der Bewegungsgleichungen durch zusätzliche Differentialgleichungen, beispielsweise zur Beschreibung aktiver Mehrkörpersysteme. Weit verbreitet sind das vor allem in der Automobilindustrie eingesetzte ADAMS [79] und das in vielen Bereichen verwendete SIMPACK [78]. Bei NEWEUL [56] handelt es sich ursprünglich um einen Forschungscode, der inzwischen durch viele Funktionalitäten wie beispielsweise der modularen Simulation und der Optimierung ergänzt wurde, RÜKGAUER [77].

2.3 Analyse mechanischer Systeme im Zeitbereich

Handelt es sich bei den Bewegungsgleichungen des mechanischen Systems um lineare Differentialgleichungssysteme und liegen spezielle Erregerfunktionen wie Im-

pulserregung oder harmonische Anregung vor, so können die Lösungen analytisch ermittelt werden. Im Allgemeinen muss die Bewegungsgleichung jedoch durch eine numerische Integration gelöst werden. Das Anfangswertproblem

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(t = 0) = x_0 \quad (2.34)$$

legt die Lösung in Abhängigkeit der Anfangsbedingungen eindeutig fest.

Bei den Algorithmen zur numerischen Integration unterscheidet man Einschrittverfahren, Mehrschrittverfahren und Extrapolationsverfahren. Zur Gruppe der Einschrittverfahren oder Runge-Kutta-Methoden zählen beispielsweise das Euler-, Heun- und Dormand-Prince-Verfahren. Diese Verfahren greifen nicht auf vergangene Zustandsinformationen zurück und haben insofern kein Gedächtnis, sondern führen ein- oder mehrfache Funktionsauswertungen aus, um den Zustand in einem einzelnen Zeitschritt fortzuschreiben. Aus diesem Grund können sie auch bedingt bei unstetigen rechten Seiten eingesetzt werden. Im Gegensatz zu den Einschrittverfahren werden bei Mehrschrittverfahren zurückliegende Stützstellen berücksichtigt. Dadurch kann in vielen Fällen die Anzahl der Funktionsauswertungen und die damit verbundene Rechenzeit reduziert werden. Moderne Verfahren erlauben auch die Integration unstetiger rechter Seiten, wobei Gleichungen zur Erkennung der Unstetigkeit bereitgestellt werden können oder Unstetigkeiten durch den Algorithmus kontrolliert werden, SHAMPINE [87]. Zur Gruppe der Mehrschrittverfahren gehören u. a. die Adams-Bashforth und Adams-Moulton Verfahren. Extrapolationsverfahren bauen in der Regel auf Einschrittverfahren auf. Der Zustand eines Zeitschritts wird dazu auf Basis der Ergebnisse von Berechnungen mit unterschiedlichen Schrittweitenfolgen abgeschätzt. Mit einer Extrapolation durch Polynomansätze oder rationale Funktionen kann der Grenzwert dieser Folge berechnet werden. Dadurch erzielt man relativ große Schrittweiten bei hohen Genauigkeiten. Für die Anwendung auf mechanische Systeme sind jedoch in der Regel mehr Funktionsauswertungen nötig als bei Mehrschrittverfahren, SCHIEHLEN [81].

Wichtiger Parameter der numerischen Integration ist die Schrittweite. Große Schrittweiten vermeiden Rundungsfehler und halten die Zahl der notwendigen Funktionsauswertungen klein, erhöhen aber den Diskretisierungsfehler und können sogar zu numerischen Instabilitäten führen. Da bei nichtlinearen Systemen eine geeignete Schrittweite für den Anwender schwierig festzulegen ist und sich außerdem die optimale Schrittweite im Laufe der Simulation ändern kann, sollte ein Verfahren mit Schrittweitensteuerung eingesetzt werden. Dabei wird die Schrittweite auf Basis einer Abschätzung des Diskretisierungsfehlers in jedem Iterationsschritt angepasst. So ist eine effektive Integration mit an die Dynamik des Systemverhaltens angepassten Schrittweiten gewährleistet.

Für eine numerische Integration müssen die Bewegungsgleichungen (2.31) bzw. (2.33) nach den Beschleunigungen aufgelöst werden. Formal ist dies durch eine Invertierung der Massenmatrix möglich. Numerisch dagegen ist eine Inversion von Matrizen aufwendig und deshalb möglichst zu vermeiden. Man nutzt stattdessen die Symmetrie und positive Definitheit der Massenmatrix für eine Cholesky-Zerlegung und ermittelt die Beschleunigung aus den resultierenden gestaffelten Gleichungssystemen. Während die Cholesky-Zerlegung bei allgemeinen zeitabhängigen und nichtlinearen Bewegungsgleichungen in jedem Iterationsschritt ausgeführt werden muss, reicht bei zeitinvarianten linearen Systemen (2.33) auf Grund der konstanten Massenmatrix eine einmalige Zerlegung aus.

Numerische Algorithmen zur Integration der Bewegungsgleichungen sind in den meisten Mehrkörper- und Finite Elemente Programmpaketen bereits enthalten oder stehen wie in der NEWEUL Familie [60] als zusätzliches Modul zur Verfügung. Für spezielle Anwendungen kann es dennoch sinnvoll sein, auf andere Algorithmen zurückzugreifen, sei es weil die implementierten Verfahren im Einzelfall nicht zufrieden stellend funktionieren oder weil eine Kopplung des mechanischen Systems mit anderen Komponenten wie elektrischen oder hydraulischen Stellgliedern oder elektronischen Reglern im bestehenden Programmsystem nicht implementierbar ist, MATTSSON ET AL. [64]. Ein im Bereich der Regelungstechnik weit verbreitetes Simulationspaket ist der Blocksimulator SIMULINK [38], bei dem das Verhalten verschiedener Teilsysteme in Blöcken abgebildet wird. Kopplungen zwischen den Teilsystemen spiegeln sich anschaulich in einem Signalfussplan wider, was die Bedienung des Programms intuitiv und leicht verständlich macht.

Auf Grund der Verfügbarkeit leistungsstarker Prozessoren ist für viele mechanische Systeme eine Echtzeit-Simulation möglich. Erforderlich ist dies bei Anwendungen wie Zustandsbeobachtern in der Regelungstechnik, DÖRRSCHEIDT UND LATZEL [18], bei der Man-in-the-Loop Simulation in Fahr- und Flugsimulatoren, KARPLUS [45], sowie bei der durch eine Kopplung von realen und simulierten Teilsystemen definierten Hardware-in-the-Loop (HiL) Simulation, SCHÄFER [80].

Die notwendigen Voraussetzungen für eine Echtzeit-Simulation müssen durch den Aufbau einer entsprechenden Simulationsumgebung geschaffen werden. Basis bildet ein Echtzeitbetriebssystem, das die zeitgenaue Ausführung spezieller Tasks steuert. Zur Sicherstellung der Echtzeit wird die Simulation mit Einschrittverfahren unter Verzicht auf eine automatische Schrittweitensteuerung durchgeführt. Dabei muss die Wahl der Schrittweite widersprüchlichen Ansprüchen gerecht werden: Kleine Schrittweiten sind für eine hohe numerische Genauigkeit und die Stabilität der Integration sowie für eine geringe Verzögerung zwischen Simulationseingang und -ausgang wünschenswert, führen jedoch zu hoher Prozessor-Auslastung. Die numerische Ge-

nauigkeit kann durch einen Vergleich einer Offline-Simulation mit Fehlerüberwachung und einer Simulation bei konstanter Schrittweite festgestellt werden. Bei geregelten Systemen führt das Fehlen der Fehlerüberwachung in der Regel zu keinen nennenswerten Fehlern in den Simulationsergebnissen. Simulations- und sogar kleine Modellfehler werden vom Regler oder bei Man-in-the-Loop Simulationen vom Fahrer bzw. Piloten ausgeglichen. Besonderes Augenmerk muss bei der Kopplung von realen und simulierten Systemen auf die Definition der Schnittstellen gelegt werden. Die dabei eingesetzten Sensoren und Aktoren müssen so gewählt werden, dass sie die Dynamik der Simulation nicht verfälschen.

Eine Kopplung von Hardware und Simulationsmodell bietet sich im Wesentlichen für drei Anwendungsbereiche an: Liegen für spezielle Teilsysteme nur unvollkommene und nicht validierte Modelle vor, so können diese durch Hardware ersetzt und so mit exakter Dynamik in die Simulation des kompletten Systems eingebunden werden. Ein ähnliches Vorgehen bietet sich im Bereich des Virtual Prototyping an: Durch die Kopplung realer Komponenten mit Simulationsmodellen ist ein frühzeitiger Test bereits existierender Teilkomponenten möglich, bevor das gesamte System als Hardware verfügbar ist, Bild 2.1. Ein neuer Aspekt ist die Nachbildung passiver Komponenten durch aktive Stellglieder: Durch eine Echtzeit-Simulation wird das Verhalten passiver Systeme berechnet und mit Hilfe aktiver Stellglieder emuliert. Beispielsweise lässt sich eine passive Feder-Dämpfer-Kombination durch ein aktives Kraft- oder Lagestellglied ersetzen, indem die entsprechenden Kräfte und Bewegungen des passiven Systems auf Basis von Messungen berechnet und über Stellglieder dem System eingeprägt werden, Bild 2.2. Eine derartige Emulation passiver Systeme vereinfacht die Untersuchung verschiedener Entwürfe und macht so eine verbesserte Auslegung passiver Systeme und den Einsatz rechnergestützter Optimierungsverfahren möglich [30].

Dank der zunehmenden Verbreitung von Echtzeitanwendungen sind eine Vielzahl fertig konfigurierter Hard- und Softwarelösungen verfügbar, die einen einfachen Übergang von der Offline-Simulation zur Echtzeit-Simulation möglich machen. So bietet MATLAB mit dem Realtime Workshop ein Werkzeug zur automatischen Codeerzeugung aus SIMULINK Modellen an. ASCET [23] ist ein Blocksimulator, der ebenfalls sowohl für Offline-Simulationen als auch entsprechende Echtzeitanwendungen eingesetzt wird. Die Firma dSPACE bietet aufbauend auf MATLAB's Realtime Workshop eine Gesamtlösung an, die auch Komponenten für eine Automatisierung der Echtzeit-Simulationen durch die Möglichkeit der Datenaufzeichnung und Änderung von Parametern umfasst, HANSELMANN [33].

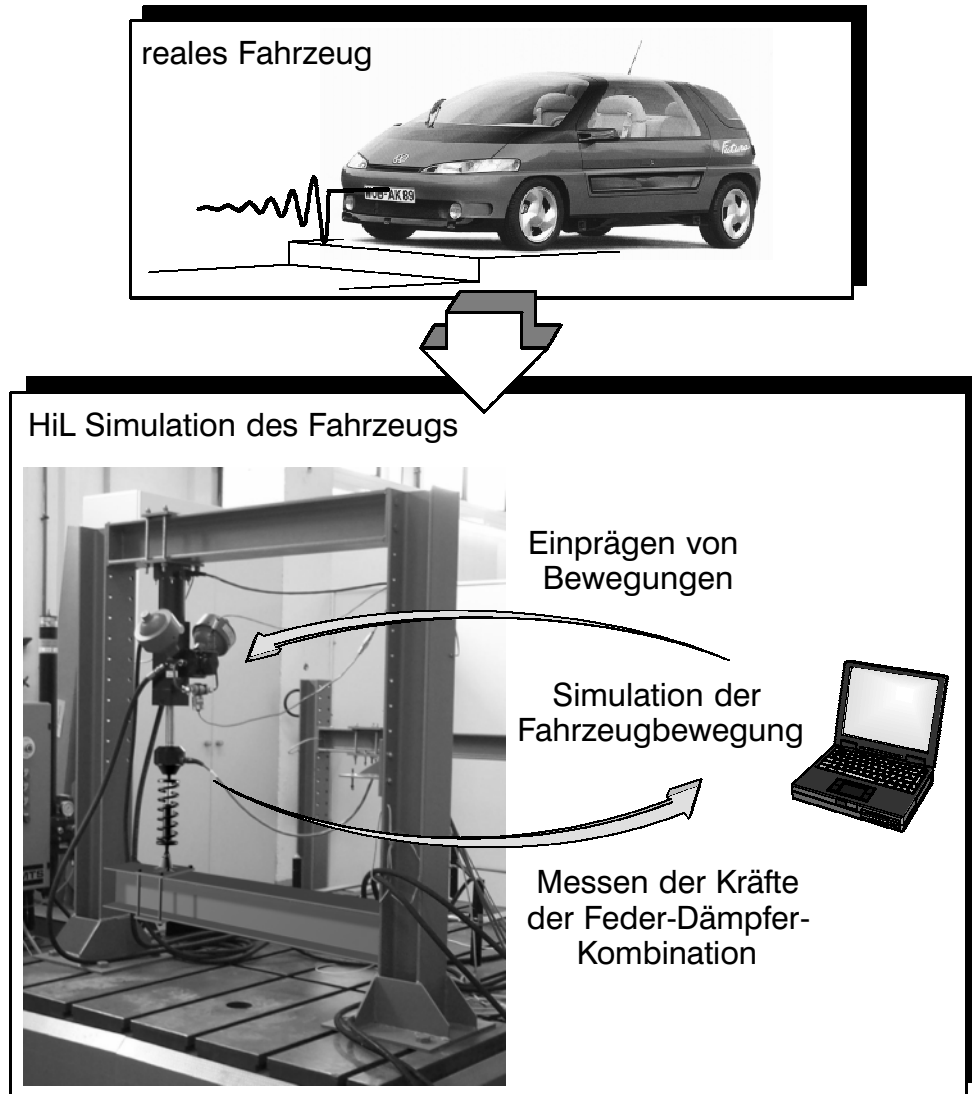


Bild 2.1: HiL Simulation am Beispiel der Vertikaldynamik eines Fahrzeugs

2.4 Analyse mechanischer Systeme im Frequenzbereich

Die Untersuchung allgemeiner nichtlinearer dynamischer Systeme erfolgt meist über eine numerische Lösung der systembeschreibenden Differentialgleichungen. Aussagen über periodische Lösungen lassen sich zum Beispiel mit Poincaré-Abbildungen durch Beschränkung auf die Punkte des Phasenraums machen, an denen sich das System unter bestimmten Bedingungen befindet, KREUZER [57]. Wesentlich verbreiteter sind Untersuchungen linearer zeitinvarianter Systeme. Dazu werden die Differentialgleichungen nach Einführung des Zustandsvektors

$$x = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} \text{ bzw. } x = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

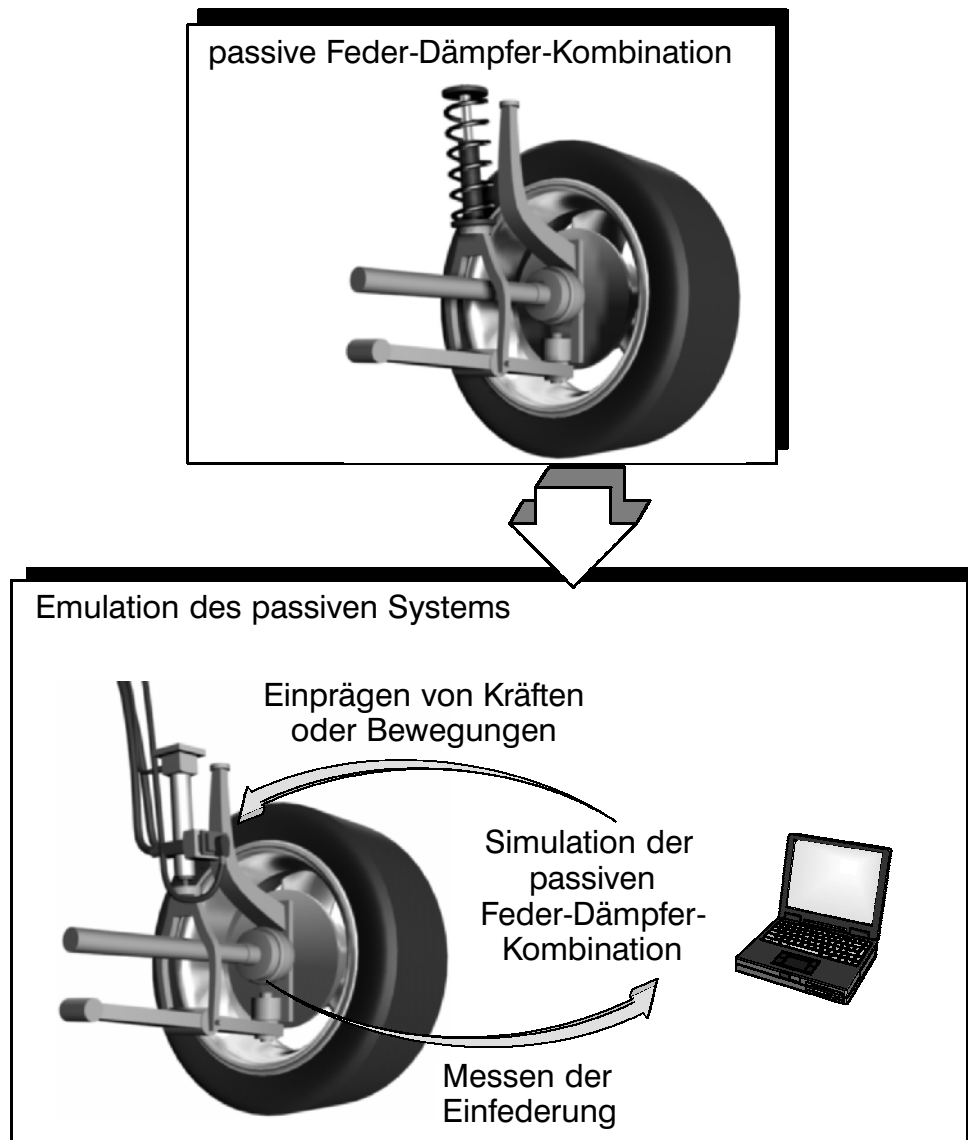


Bild 2.2: Beispiel der Emulation passiver Komponenten durch aktive Stellglieder

durch Zusammenfassen der Lage- und Geschwindigkeitsgrößen in die Zustandsform

$$\dot{x} = A x + B u \quad (2.36)$$

mit der Systemmatrix A und der Eingangsmatrix B überführt. Durch Einführung der Beobachtungsmatrix C ist der Zusammenhang zwischen Messgrößen w und Zustandsgrößen x über die Messgleichung

$$w = C x \quad (2.37)$$

festgelegt.

Für die Analyse des Eigenverhaltens, also freier Schwingungen ohne äußere Anregung, wird die homogene Differentialgleichung

$$\dot{x} - A x = 0 \quad (2.38)$$

herangezogen. Der Ansatz $\mathbf{x}_i = \tilde{\mathbf{x}}_i e^{\lambda_i t}$ führt auf das Eigenwertproblem

$$(\lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A}) \tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{0}, \quad (2.39)$$

das nur für

$$\det(\lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A}) = 0 \quad (2.40)$$

nichttriviale Lösungen hat. Die charakteristische Gleichung (2.40) liefert im Allgemeinen komplexe Eigenwerte $\lambda_i = \sigma_i \pm i \omega_i$, deren negativer Realteil $\delta_i = -\sigma_i$ das Abklingverhalten und deren Imaginärteil ω_i die Frequenz des i -ten Modes wiedergibt, KÜHHORN UND SILBER [58]. Für ein asymptotisch stabiles Systemverhalten müssen die Realteile aller Eigenwerte negativ sein. Die Eigenform $\tilde{\mathbf{x}}_i$ der jeweiligen Moden erhält man durch Einsetzen der Eigenwerte λ_i in die Beziehung (2.39). Eine derartige Identifikation der Schwingungsfrequenzen und -moden wird als rechnerische Modalanalyse bezeichnet, KOLK UND STÜHLER [52].

In vielen technischen Anwendungen ist nicht das Eigenverhalten, sondern das Störverhalten des Systems in Abhängigkeit der Anregung \mathbf{u} für die Beurteilung des Systemverhaltens entscheidend. Die Laplace-Transformation der Zustandsgleichung (2.36) und Messgleichung (2.37),

$$\mathbf{X}s = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{B} \mathbf{U}, \quad (2.41)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{C} \mathbf{X}, \quad (2.42)$$

führt auf

$$\mathbf{W} = \mathbf{G} \mathbf{U} \quad (2.43)$$

mit der Matrix der Übertragungsfunktionen

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C} (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}, \quad (2.44)$$

deren einzelne Elemente G_{ij} das Übertragungsverhalten bei Einzelanregung zwischen der j -ten Anregung und dem i -ten Messpunkt beschreiben,

$$G_{ij}(s) = \frac{W_i}{U_j}. \quad (2.45)$$

Für die Untersuchung erzwungener Schwingungen mit harmonischer Anregung erhält man die komplexe Frequenzgangmatrix $\mathbf{G}(i\Omega)$ durch Einsetzen von $s = i\Omega$ in Gleichung (2.44). Zur Beurteilung von Schwingungen kann die komplexe Funktion in Betrag $|\mathbf{G}(i\Omega)|$ und Phasenwinkel $\angle \mathbf{G}(i\Omega)$ aufgespalten und im Bode-Diagramm dargestellt werden, LUNZE [62]. Ausschlaggebend für das Verhältnis gemessener

Schwingungsamplituden zu Anregungsamplituden ist der Amplitudenfrequenzgang $|G(i\Omega)|$, der deshalb häufig zur Beurteilung herangezogen wird.

Außer der auf mechanischen Modellen basierenden numerischen Untersuchung können auch Messungen an realen Strukturen zur Beurteilung dynamischer Systeme verwendet werden. Grundlage aller experimentellen Analysen ist die Ermittlung von Übertragungsfunktionen analog zu (2.45). Dazu wird die Struktur mit bestimmten Anregungsfunktionen wie Rauschen, Impuls oder Sinus beaufschlagt und die Reaktion des Systems gemessen. Aus der Auswertung von zeitdiskreten Anregungs- und Messsignalen kann mit Hilfe der diskreten Fourier-Transformation (DFT) der Frequenzgang ermittelt werden, PRESS ET AL. [74].

Durch die Aufzeichnung der Signale mit der Abtastzeit $T_s = 1/f_s$ ist nach dem Shannon'schen Abtasttheorem die maximal auflösbare Frequenz $f_{\max} = f_s/2$ begrenzt. Die Anzahl der Messwerte N legt sowohl die Dauer $T = N T_s$ der Messung als auch die Auflösung der Fouriertransformierten $\Delta f = f_s/N$ im Frequenzbereich fest und sorgt so für einen Konflikt, denn auf Grund der Beziehung $T \Delta f = 1$ kann eine feine Frequenzraasterung Δf nur mit hoher Messdauer T erreicht werden. Dieser Zustand kann insbesondere bei nur kurzzeitig auftretenden Ereignissen zu Problemen führen, bei einer stationären Rauschanregung hingegen kann eine quasi beliebig feine Frequenzraasterung durch entsprechend lange Messzeiten erzielt werden. Im Anschluss an die Messung werden N komplexe Koeffizienten der Fouriertransformierten aus der Folge von Messpunkten $x_k = x(k T_s)$, $k = 0(1)N - 1$ nach der Berechnungsvorschrift

$$c_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-in2\pi k/N}, \quad n = -\frac{N}{2} (1) \frac{N}{2} - 1 \quad (2.46)$$

ermittelt. Die so gefundenen Koeffizienten c_n korrespondieren mit der Frequenz $n\Delta f$ und bilden daher ein Maß für den Frequenzinhalt der Folge x_k . Mit den Bezeichnungen W_n für die Fourierkoeffizienten der Messung und U_n für die Koeffizienten der Anregung erhält man die diskreten Werte des Frequenzgangs

$$G_n = \frac{W_n}{U_n}, \quad n = -\frac{N}{2} (1) \frac{N}{2} - 1, \quad (2.47)$$

wobei aus numerischen Gründen häufig die Erweiterung

$$G_n = \frac{W_n \bar{U}_n}{U_n \bar{U}_n} \quad (2.48)$$

benutzt wird. COOLEY UND TUKEY [16] haben 1965 einen sehr effizienten Algorithmus zur Berechnung der Fourierkoeffizienten entwickelt, der zu einer weiten Verbreitung

der Fourier-Transformation geführt hat. Diese Fast Fourier Transformation (FFT) beruht auf einem rekursiven Einsetzschema, das auf Wertefolgen der Länge $N = 2^k$ angewandt werden kann.

Ausgehend von gemessenen Frequenzgängen ist es möglich, Eigenfrequenzen und -formen einer Struktur durch eine experimentelle Modalanalyse zu bestimmen, NATKE [67]. Mit diesen Ergebnissen können bereits vorhandene Modelle validiert oder Simulationsmodelle für weiterführende Berechnungen wie den Einsatz aktiver Komponenten erstellt werden. Grundlage der experimentellen Modalanalyse ist die Beschreibung der Übertragungsfunktionen (2.44) durch ein Residuenmodell. Dazu werden die Systemgleichungen (2.36) und die Messgleichung (2.37) eines mechanischen Systems mit f Freiheitsgraden mit Hilfe der Transformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} \hat{\mathbf{x}}, \quad \mathbf{X} = [\tilde{\mathbf{x}}_1 \cdots \tilde{\mathbf{x}}_{2f}] \quad (2.49)$$

in Modalkoordinaten überführt:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad \mathbf{A} = \text{diag}\{\lambda_j\} \quad (2.50)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{C} \mathbf{X} \hat{\mathbf{x}}. \quad (2.51)$$

Die Anwendung der Laplace-Transformation liefert

$$\mathbf{W} = \mathbf{C} \mathbf{X} (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{U} = \hat{\mathbf{C}} (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \hat{\mathbf{B}} \mathbf{U}, \quad (2.52)$$

wobei die Matrix der Übertragungsfunktionen auf Grund der einfachen Invertierbarkeit der Diagonalmatrix $s\mathbf{E} - \mathbf{A}$ als Summe der dyadischen Produkte

$$\mathbf{R}_j = \hat{\mathbf{c}}_j \hat{\mathbf{b}}_j^T, \quad \hat{\mathbf{C}} = [\hat{\mathbf{c}}_1 \cdots \hat{\mathbf{c}}_{2f}], \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}}_1^T \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{b}}_{2f}^T \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

in Form des Residuenmodells

$$\mathbf{G}(s) = \sum_{j=1}^{2f} \frac{\mathbf{R}_j}{s - \lambda_j} \quad (2.54)$$

dargestellt werden kann. Aus den gemessenen Frequenzgängen werden zunächst die Eigenwerte λ_j sowie die Residuenmatrizen \mathbf{R}_j für die einzelnen identifizierten Moden abgeschätzt. Durch eine anschließende Optimierung kann der Fehler zwischen Messung und Modell minimiert werden. Zusätzlich zu dem auf diese Weise ermittelten Übertragungsverhalten ist es möglich, ein das System beschreibendes Differential-

gleichungssystem für Simulationen im Zeitbereich aufzustellen. Dazu werden spezielle Eigenschaften mechanischer Systeme wie Singularität der Residuen und Reziprozität zwischen Anregung und Messung berücksichtigt, um durch einen anschließenden Vergleich mit einem Finite Elemente Modell bzw. einem linearen Mehrkörpermodell unsichere Parameter zu korrigieren, BALMÈS [4].

3 Optimierung

Bei konventionellen Entwurfsprozessen basiert die Entscheidung für ein sogenanntes optimales System hauptsächlich auf der Erfahrung des Ingenieurs. Durch intuitives Ändern einiger Systemparameter und Beobachten des Systemverhaltens wird mit Hilfe des Prinzips "Versuch und Irrtum" nach besten Systemparametern gesucht. Dieser Iterationsprozess ist in der Regel langwierig und wird meist aus Zeitmangel vorzeitig abgebrochen. Mit der Verfügbarkeit zuverlässiger Simulationstechniken und Optimierungsalgorithmen kann die Suche nach optimalen Parametern durch den Computer unterstützt werden. Durch den Einsatz dieser Methoden werden der Entwurfsprozess beschleunigt und optimale Entwürfe systematischer als durch einfaches Ausprobieren gefunden. Damit ist die Basis für einen computergestützten Entwurfs- und Optimierungsprozess geschaffen.

Für die Durchführung einer rechnergestützten Optimierung sind zunächst technische Parameter des Systems festzulegen, die innerhalb gewisser Grenzen variiert werden dürfen. Weiterhin müssen Gütekriterien definiert werden, welche eine objektive Beurteilung des Systemverhaltens erlauben. Aufbauend auf diesen Informationen kann eine Minimierung einzelner Kriterien mit Hilfe skalarer Optimierungsverfahren durchgeführt werden. Dabei werden die Parameter durch den Algorithmus systematisch oder heuristisch solange verändert, bis bestimmte Abbruchbedingungen erfüllt sind und der Minimierer innerhalb einer vorgegebenen Genauigkeit gefunden ist.

In realen Anwendungen wird ein einzelnes Kriterium für die Systembeurteilung in der Regel nicht ausreichend sein, vielmehr wird sich die Vielzahl unterschiedlicher Anforderungen in verschiedenen Kriterien niederschlagen. Allerdings führt die Minimierung eines einzelnen Kriteriums nicht zwangsläufig zur Minimierung anderer Gütefunktionen, sondern es treten Widersprüche auf. Die Schwierigkeit des Vergleichs von Kriterienvektoren muss durch den Einsatz spezieller Verfahren zur Mehrkriterienoptimierung gelöst werden. In diesen Fällen wird ein Kompromiss zwischen den widersprüchlichen Kriterien gesucht. Alle Kompromisslösungen, die durch Ausschluss nichtoptimaler Entwürfe aus der Menge der zulässigen Entwürfe definiert sind, werden in der Pareto-optimalen Menge zusammengefasst. Dem Ingenieur bleibt die letzte Entscheidung im Entwurfsprozess vorbehalten: Durch Abwägung der Vor- und Nachteile wählt er schließlich das aus seiner Sicht optimale System aus den mit Hilfe der Mehrkriterienoptimierungsverfahren gefundenen Pareto-optimalen Entwürfen.

3.1 Gütekriterien zur Beurteilung dynamischer Systeme

Verglichen mit der Systemanalyse steht die Systemoptimierung noch am Anfang. Dabei fehlt es insbesondere an einer umfassenden Systematik von Optimierungskriterien. Die Formulierung geeigneter Gütekriterien für die Optimierung dynamischer Systeme wird im Wesentlichen von zwei Faktoren beeinflusst. Zum einen haben sich für die Beurteilung spezieller Systeme bestimmte Kriterien bewährt, zum anderen setzt die Anwendung einiger Optimierungsverfahren eine bestimmte mathematische Formulierung der Gütefunktion voraus. Im Folgenden sollen verschiedene Kriterien aus unterschiedlichen Disziplinen zusammengestellt werden.

Hinsichtlich der mathematischen Darstellung unterscheidet man zwischen expliziten Kriterien und integralen Kriterien, BESTLE [5]. Dies ist allerdings nur für die Empfindlichkeitsanalyse bedeutsam, so dass diese Unterteilung für die folgende Zusammenstellung von Kriterien keine Rolle spielt. Des Weiteren wird auch auf eine Differenzierung von Gütekriterien und Nebenbedingungen verzichtet, da diese im Rahmen der Mehrkriterienoptimierung in ihrer Bedeutung ausgetauscht werden können.

Ein in der Regelungstechnik weit verbreitetes Verfahren zur Optimierung der Koeffizienten der Rückführmatrix ist das Riccati-Verfahren, FÖLLINGER [26]. Dabei wird als Gütefunktion die Regelabweichung $x(t)$ und die Stellenergie $u(t)$ mittels symmetrischer, positiv definiter Matrizen Q und S bewertet und über der Zeit integriert:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T S u) dt. \quad (3.1)$$

Für stabile lineare Systeme führt die Minimierung des Funktionals J auf eine algebraische Matrizengleichung. Die Lösung dieser Riccati-Gleichung legt die Koeffizienten der Rückführmatrix eindeutig fest.

Während die quadratische Regelfläche (3.1) das Eigenverhalten eines Systems im Zeitbereich bewertet, geben MÜLLER UND SCHIEHLEN [66] Kriterien an, die durch Auswertung der Eigenwerte $\lambda \in \mathbb{R}^n$ des Systems das Systemverhalten beurteilen. Der Stabilitätsgrad

$$d_0 = - \max_{i=1(1)n} \operatorname{Re}(\lambda_i) \quad (3.2)$$

stellt den Abstand der imaginären Achse vom nächstgelegenen Eigenwert eines asymptotisch stabilen Systems dar, der Dämpfungsgrad

$$D_0 = \min_{i=1(1)n} D_i = \min_{i=1(1)n} \frac{|\operatorname{Re}(\lambda_i)|}{|\lambda_i|}, \quad (3.3)$$

das kleinste Lehr'sche Dämpfungsmaß. Beide Kriterien bilden ein Maß für die Abklinggeschwindigkeit von Anfangsauslenkungen.

In der Regel soll ein System nicht nur ein gutes Eigenverhalten, sondern auch ein gutes Störverhalten aufweisen. Zur Analyse der Auswirkung von Störgrößen auf das Systemverhalten werden häufig Frequenzgänge $G(i\Omega)$, zumeist Amplitudenfrequenzgänge, ausgewertet. Außer einer Bewertung des Amplitudenfrequenzgangmaximums

$$\psi = \max_{\Omega} |G(i\Omega)| \quad (3.4)$$

gibt es die Möglichkeit der linearen oder quadratischen Amplitudenfrequenzgangfläche

$$\psi = \int_{\Omega_0}^{\Omega_1} |G(i\Omega)| d\Omega \quad (3.5)$$

$$\psi = \int_{\Omega_0}^{\Omega_1} |G(i\Omega)|^2 d\Omega, \quad (3.6)$$

welche nur ein bestimmtes Frequenzband $[\Omega_0, \Omega_1]$ berücksichtigen.

Sollen im Rahmen einer Parameteridentifikation Simulationsdaten $x(t)$ an die Ergebnisse einer Messung $x_{soll}(t)$ oder bei der Reglersynthese eine Trajektorie $x(t)$ an gegebene Sollwerte $x_{soll}(t)$ angepasst werden, so lässt sich dies durch die Minimierung des Abstandsfehlers $e(t) = |x(t) - x_{soll}(t)|$ erreichen. Unterschiedliche Regelflächen werden in Abhängigkeit des Parameters r als integrale Kriterien

$$\psi = \left[\frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} e(t)^r dt \right]^{1/r}, \quad 1 \leq r < \infty \quad (3.7)$$

formuliert. Gebräuchlich sind die Metriken $r = 1$, quadratische Regelflächen ($r = 2$), sowie die Maximumsnorm ($r \rightarrow \infty$). Durch eine Zeitdiskretisierung lässt sich das Integral in eine Summe überführen:

$$\psi = \left[\frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} e(t)^r dt \right]^{1/r} \approx \left[\frac{1}{t_1 - t_0} \sum_{k=0}^{N-1} (e_k)^r \Delta t \right]^{1/r} = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (e_k)^r \right]^{1/r} \quad (3.8)$$

$$\text{mit } \Delta t = \frac{t_1 - t_0}{N}, \quad e_k = e(k \Delta t).$$

Diese Transformation von integralen Kriterien auf Summenterme, die auch auf die Kriterien (3.4)-(3.6) übertragen werden kann, lässt den Einsatz angepasster Optimierungsverfahren zu. So existieren für die Minimierung von Fehlerquadraten ($r = 2$, Least Square Probleme) und die Maximumsnorm ($r \rightarrow \infty$, Min-Max-Probleme) spezielle Optimierungsverfahren, GILL ET AL. [28], welche die jeweilige Struktur der Gütefunktion berücksichtigen und deshalb in den meisten Fällen allgemeinen Optimierungsverfahren überlegen sind. Auf diese speziellen Verfahren wird hier nicht weiter eingegangen, da in dieser Arbeit allgemeine nichtlineare Gütekriterien angewandt werden sollen.

Zusätzlich zu den bisher beschriebenen Gütefunktionen werden in der Messdatenverarbeitung Filter und Fensterfunktionen zur Bewertung der Messsignale eingesetzt. Ziel dieser Verfahren ist zum einem die Unterdrückung unerwünschter Effekte wie dem Aliasing bei der digitalen Aufzeichnung analoger Signale, zum anderen können bestimmte Eigenschaften des Signals geeignet verstärkt oder abgeschwächt werden. Um beispielsweise die frequenzabhängige menschliche Wahrnehmungsfähigkeit des Gehörs zu berücksichtigen werden gemessene Schalldruckpegel mit Bewertungskurven multipliziert, WECK UND PLEWNIA [103]. Analog zur Geräuschempfindung nimmt der Mensch auch Erschütterungen verschiedener Frequenzen unterschiedlich stark wahr. Diesem Effekt wird in DIN 45671 [17] durch spezielle Formfilter für vertikale und horizontale Einwirkung Rechnung getragen. Auf Frequenzgangdarstellungen linearer Systeme können diese künstlichen Filter direkt angewandt werden. Dagegen muss das Formfilter für Anwendungen im Zeitbereich durch ein Differentialgleichungssystem approximiert werden, welches den Amplitudengang des Formfilters näherungsweise beschreibt, POPP UND SCHIEHLEN [72]. Dieses Differentialgleichungssystem kann als Formfilterersatz sowohl für numerische Berechnungen verwendet als auch in der Messtechnik durch eine entsprechende analoge Schaltung realisiert werden.

Fensterfunktionen zur Bewertungen von Zeitsignalen spielen bei der Fouriertransformation eine wichtige Rolle. Wesentliches Ziel ist die Unterdrückung von Abschneideeffekten an den Periodenrändern und Rundungsfehlern bei abklingenden Signalen, wie sie bei der Impulsanregung vorliegen. Mathematisch wird die Anwendung der Fensterfunktion $w(t)$ auf das Messsignal $x(t)$ als Multiplikation im Zeitbereich,

$$\tilde{x}(t) = x(t) w(t) , \quad (3.9)$$

im Frequenzbereich durch Faltung der Fouriertransformierten $W(i\Omega)$ und $X(i\Omega)$

$$\tilde{X}(i\Omega) := \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\Omega) W(i\Omega - i\overline{\Omega}) d\overline{\Omega} \quad (3.10)$$

wiedergegeben. Diese Berechnungsvorschrift zur Ermittlung der Fouriertransformierten $\tilde{X}(i\omega)$ ist jedoch für allgemeine Spektren nicht sehr anschaulich, weshalb in der Praxis Fensterfunktionen meist auf Basis der Erfahrung festgelegt werden. Gebräuchliche Bewertungsfunktionen sind Rechteck-, Dreieck-, Exponential-, Hanning- und Hamming-Fenster, HOFFMANN [39].

Auch bei der Ermittlung von Regler- oder Modellabweichungen ist der Einsatz geeigneter Filter und Fensterfunktionen empfehlenswert, um bestimmte Ereignisse stärker zu gewichten. So kann eine für das Systemverhalten bedeutungslose geringe konstante Abweichung über einen längeren Zeitraum im Vergleich zu einem relevanten Unterschied bei kurzzeitigen hochdynamischen Vorgängen bei Verwendung eines integralen Kriteriums der Form (3.7) übergewichtet sein. Abhilfe kann in solchen Fällen durch eine Hochpassfilterung des Fehlersignals oder Gewichtung der Abweichung durch Bewertungsfunktionen, welche Änderungen des Systemzustands im Gegensatz zu quasistationären Vorgängen charakterisieren, geschaffen werden. Im umgekehrten Fall kann beispielsweise bei Einschwingvorgängen auch eine Zeitbewertung der Schwingungsgröße sinnvoll sein, wenn schwachgedämpfte Schwingungen stärker gewichtet werden sollen.

Bei der Identifikation von Schwingungen können Schwierigkeiten auf Grund der Definition von Abweichungen im Zeitbereich auftreten, wie das folgende Beispiel deutlich macht. Für ein gegebenes Messsignal

$$x_M = \sin(\omega_M t) \quad (3.11)$$

soll die Amplitude k_S einer berechneten Schwingung

$$x_S = k_S \sin(\omega_S t) \quad (3.12)$$

mit einer leicht verfälschten Frequenz $\omega_S \neq \omega_M$ durch Minimierung der Gütefunktion

$$\psi = \frac{1}{T} \int_0^T |\sin(\omega_M t) - k_S \sin(\omega_S t)| dt \quad (3.13)$$

gefunden werden. Der Wert der Gütefunktion in Abhängigkeit des Optimierungsparameters k_S ist in Bild 3.1 für verschiedene Zeitintervalle T aufgetragen. Während man für kurze Zeitintervalle $T = 2\pi$ als Minimum des Kriteriums (3.13) noch näherungsweise die Amplitude $k_S = 1$ findet, verschiebt sich für längere Intervalle das Minimum zu kleinen Werten, bei 10 Perioden erhält man als Minimierer sogar $k_S = 0$, also ein Verschwinden der Schwingungserscheinung. Bild 3.2 zeigt den Einfluss der Parameter, Amplitude k_S und Frequenz ω_S , auf die Kriterienwerte für ein gegebenes Zeitintervall $T = 20\pi$. Durch die Definition der Gütefunktion als Abweichung im Zeitbereich

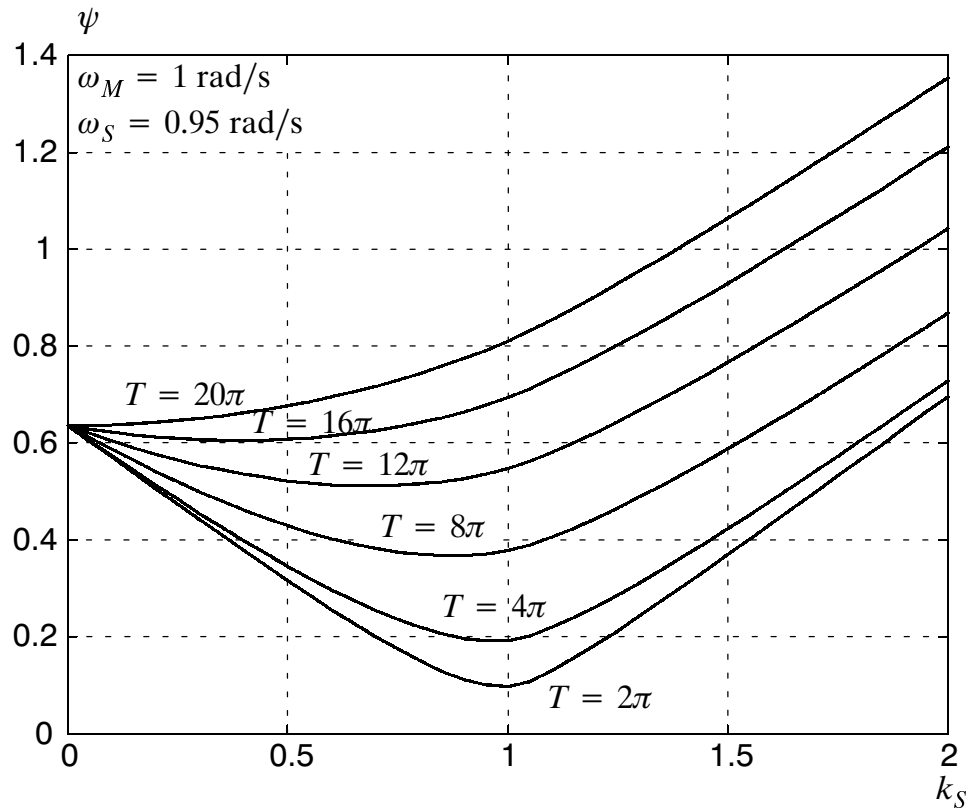


Bild 3.1: Gütefunktion in Abhängigkeit von Amplitude und Integrationsdauer

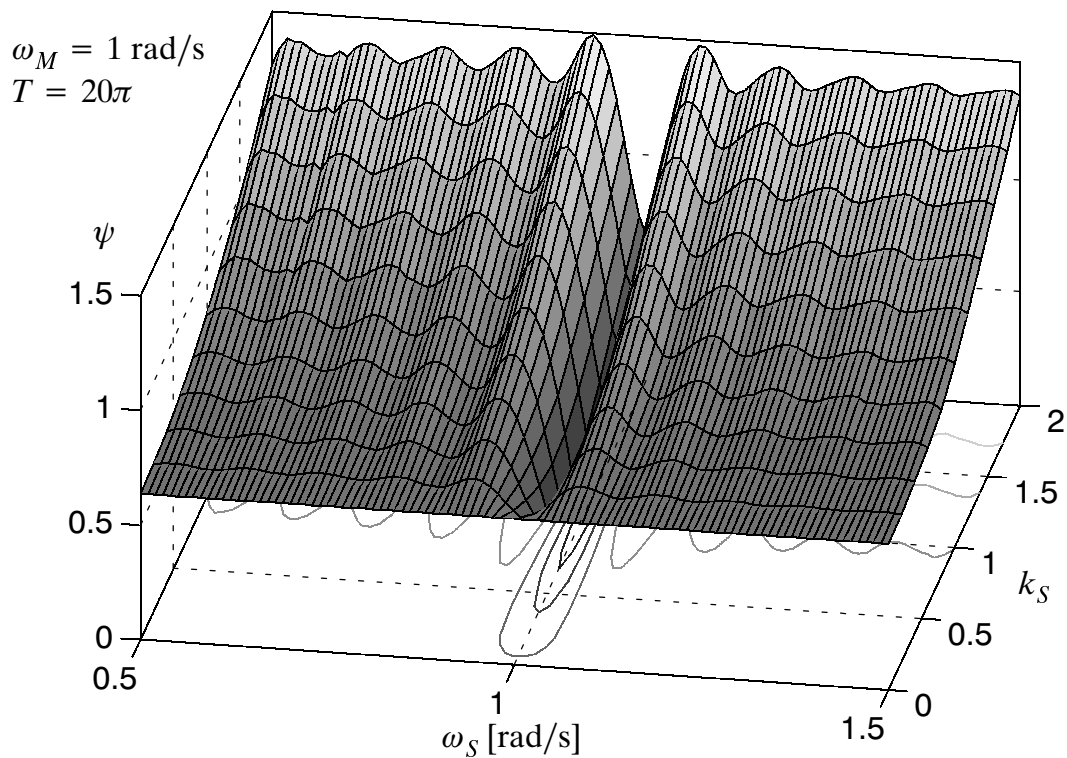


Bild 3.2: Gütefunktion in Abhängigkeit von Amplitude und Schwingungsfrequenz

kann der Minimierer $k_S = 1$ und $\omega_S = \omega_M$ zwar optisch leicht bestimmt werden, für eine rechnergestützte Optimierung ist die Form der Gütefunktion jedoch problema-

tisch. Parallel zur Amplitudenachse verlaufen mehrere lokale Täler, so dass viele Optimierungsanläufe in lokalen Minima konvergieren. Die Konvergenz im globalen Minimizer ist nur bei der Wahl sehr guter Startwerte zu erwarten.

Um die durch Frequenzfehler verursachte Problematik auszuschalten, kann an Stelle einer zeitbasierten Gütefunktion eine Bewertung der Signale im Frequenzbereich erfolgen. Frequenz und Amplitude der Schwingung können unabhängig von ihrer Phasenlage durch eine Fourieranalyse laut der Berechnungsvorschrift (2.46) ermittelt werden. Zur Vermeidung von Abschneideeffekten werden alle im weiteren verwendeten Signale vor der Fourier-Transformation mit einem Hanning-Fenster bewertet.

Bild 3.3 zeigt die Beträge der Fourierkoeffizienten zweier Sinusschwingungen bei einer Abtastfrequenz von 10 Hz und einer Messdauer von $T = 10$ s. Das diskrete Frequenzraster, dessen Einteilung Δf über die Beziehung $T \Delta f = 1$ mit der Messdauer T gekoppelt ist, kann die Schwingung mit einer Frequenz von $f = 1$ Hz exakt wiedergeben. Liegt die tatsächliche Frequenz der Schwingung zwischen zwei diskreten Frequenzpunkten, wie bei der Schwingung mit $f = 1.05$ Hz, so ist eine eindeutige Bestimmung des Maximums der Fourierkoeffizienten und damit der Schwingungsfrequenz nicht ohne weiteres durchführbar. Um in solchen Fällen die diskreten Amplituden- und Frequenzwerte in mittlere Schwingungsamplituden und -frequenzen umzu-

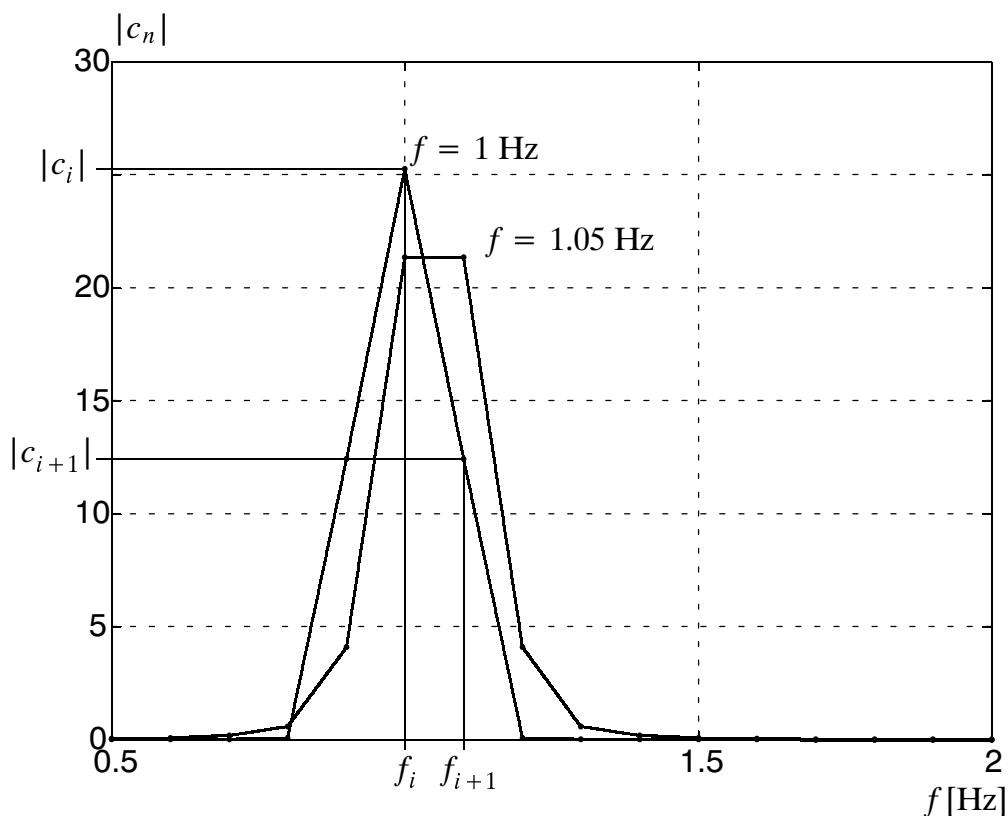


Bild 3.3: Betrag der Fourierkoeffizienten zweier Sinusschwingungen

rechnen, werden zusätzlich zum Maximum $|c_i|$ $2n$ benachbarte Werte herangezogen und für die Definition einer Amplitude

$$\bar{c} = \sum_{k=i-n}^{i+n} |c_k| \quad (3.14)$$

sowie der Frequenz

$$\bar{f} = \frac{1}{\bar{c}} \sum_{k=i-n}^{i+n} |c_k| f_k \quad (3.15)$$

eingesetzt. Bild 3.4 zeigt die auf Basis einer Mittelung mit $n = 3$ errechneten Frequenzen und Schwingungsamplituden in Abhängigkeit der Frequenz der untersuchten Schwingung. Die ermittelten Frequenzen stimmen für ganzzahlige Vielfache der Frequenzauflösung $\Delta f = 0.1$ Hz exakt mit der Schwingungsfrequenz überein. Zwischen den Vielfachen beträgt die maximale Abweichung 0.0035 Hz, so dass der Fehler bei der Frequenzauswertung gegenüber der Frequenzauflösung Δf um den Faktor 15 reduziert werden kann. Die bei der Amplitudenmittelung auftretenden Schwingungen von weniger als 4% sind gegenüber einer direkten Abschätzung aus den einzelnen betragsgrößten Fourierkoeffizienten viermal genauer. Auf Grund dieser Ergebnisse sollten die Amplituden und Frequenzen stets auf Basis der Gleichungen (3.14)

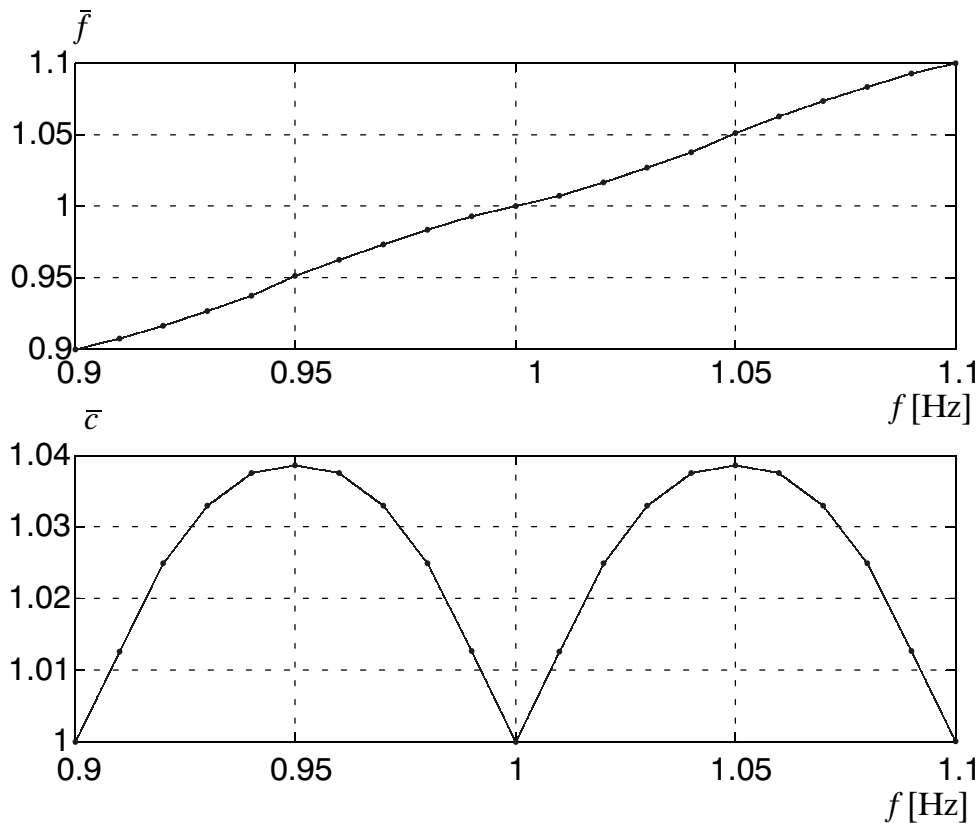


Bild 3.4: Gemittelte Frequenz- und Amplitudenwerte

und (3.15) gemittelt und nicht nur direkt aus dem betragsgrößten Fourierkoeffizienten abgeleitet werden.

Diese Erkenntnisse sollen auf das Identifikationsproblem (3.11) und (3.12) angewandt werden. Bild 3.5 zeigt zwei auf Basis von gemittelter Frequenz \bar{f} und Amplitude \bar{c} definierte Gütekriterie, den quadratischen Frequenzfehler

$$\psi_f = |\bar{f}_M - \bar{f}_S|^2 \quad (3.16)$$

und die quadratische Amplitudenabweichung

$$\psi_c = |\bar{c}_M - \bar{c}_S|^2 \quad (3.17)$$

in Abhängigkeit der Parameter Amplitude k_S und Frequenz ω_S . Die Aufspaltung in zwei Kriterien hat den Vorteil, dass beide Kriterien im Wesentlichen jeweils nur von einem Parameter abhängen. Damit ist eine Optimierung in zwei Stufen möglich: In einem ersten Optimierungslauf wird beispielsweise die Frequenz identifiziert, in einem zweiten Schritt die Amplitude bei festgehaltener Frequenz. Dieses Vorgehen führt im Gegensatz zur Definition der Abweichung im Zeitbereich (3.13) mit rechnergestützten Optimierungsverfahren ohne weitere Schwierigkeiten auf die gesuchten Parameter $k_S = 1$ und $\omega_S = \omega_M$.

3.2 Skalare Optimierungsalgorithmen

Die im vorangehenden Abschnitt vorgestellten Gütefunktionen liefern Werte zur objektiven Beurteilung des zu untersuchenden dynamischen Systems. Das Verhalten des Systems wird maßgeblich von den technischen Parametern wie z. B. geometrischen und massengeometrischen Größen bei mechanischen Systemen, Durchflusskennlinien und Flüssigkeitseigenschaften bei hydraulischen Anlagen, sowie Widerständen und magnetischen Flussdichten in der Elektromechanik beeinflusst. Einige dieser Parameter sind konstruktiv vorgegeben und können nicht variiert werden. Andere Parameter dürfen meist innerhalb vorgegebener Grenzen verändert werden, um das dynamische Verhalten des Systems zu optimieren. Fasst man diese Größen im Vektor $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^h$ der Entwurfsvariablen zusammen, dann ist bei der skalaren Optimierung derjenige Entwurfspunkt gesucht, der eine gegebene Gütefunktion $f(\mathbf{p})$ unter Berücksichtigung von Gleichungsnebenbedingungen $\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}$ und Ungleichungsnebenbedingungen $\mathbf{h}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{0}$ minimiert. Dabei charakterisiert man Optimierungsprobleme anhand der Abhängigkeit der Gütefunktion und der Nebenbedingungen von den Entwurfparametern, Tabelle 3.1.

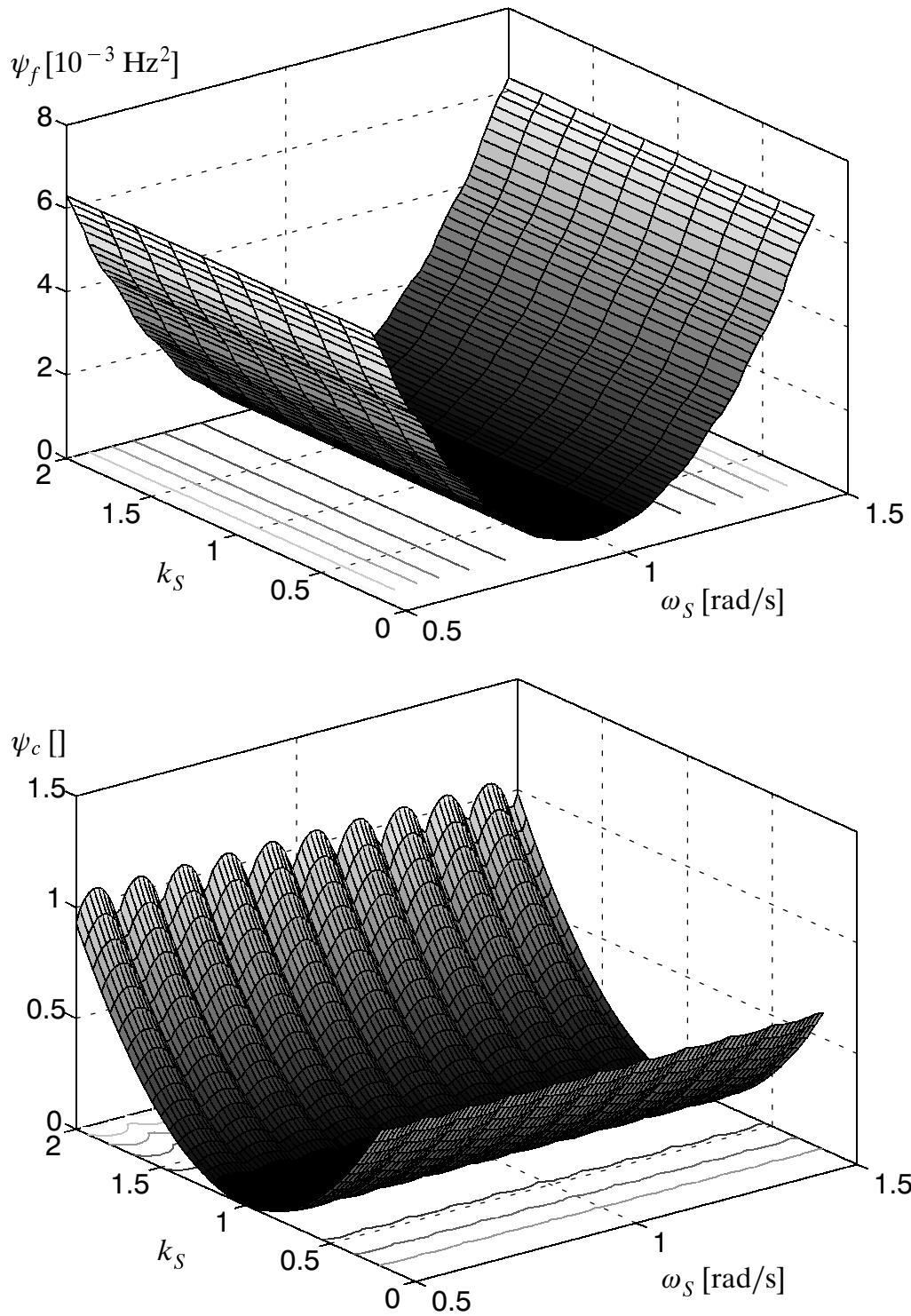


Bild 3.5: Gütefunktionen zur Bestimmung von Schwingungsfrequenz und -amplitude (Messsignal (3.11) mit $\omega_M = 1 \text{ rad/s}$)

Tabelle 3.1: Einteilung der Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen, BESTLE [5]

Optimierungsproblem	Gütefunktion	Nebenbedingungen
Lineare Programmierung	linear	linear
Quadratische Programmierung	quadratisch	linear
Nichtlineare Optimierung mit linearen Nebenbedingungen	allgemein nichtlinear	linear
Nichtlineare Optimierung	allgemein nichtlinear	allgemein nichtlinear

Während sich die Probleme der Linearen und Quadratischen Programmierung exakt lösen lassen, können allgemein nichtlineare Gütefunktionen nur näherungsweise minimiert werden. Die Anwendung der in Abschnitt 3.1 zusammengestellten Gütefunktionen auf allgemeine dynamische Systeme führt auf solche nichtlinearen Optimierungsprobleme, die im folgenden betrachtet werden. Mathematisch lassen sich diese Aufgaben als ein Standardproblem der nichtlinearen Optimierung formulieren,

$$\min_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}} f(\mathbf{p}),$$

$$\text{mit } \mathcal{P} := \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^h \mid \mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{p}^u \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}^o\},$$

$$\mathbf{g} : \mathbb{R}^h \rightarrow \mathbb{R}^l, \mathbf{h} : \mathbb{R}^h \rightarrow \mathbb{R}^m\}, \quad (3.18)$$

dessen Lösung \mathbf{p}^* als Minimierer, der zugehörige Gütefunktionswert $f(\mathbf{p}^*)$ als Minimum bezeichnet wird. Durch die skalare Gütefunktion $f(\mathbf{p})$ ist eine strenge Ordnung aller zulässigen Parametervektoren $\mathbf{p} \in \mathcal{P}$ festgelegt. Für zwei Entwürfe \mathbf{p}^1 und \mathbf{p}^2 lautet die Ordnungsstruktur

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^1 \text{ besser als } \mathbf{p}^2 &\Leftrightarrow f(\mathbf{p}^1) < f(\mathbf{p}^2), \\ \mathbf{p}^1 \text{ gleich gut wie } \mathbf{p}^2 &\Leftrightarrow f(\mathbf{p}^1) = f(\mathbf{p}^2), \\ \mathbf{p}^1 \text{ schlechter als } \mathbf{p}^2 &\Leftrightarrow f(\mathbf{p}^1) > f(\mathbf{p}^2). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Somit sind alle Entwurfspunkte miteinander vergleichbar, jedoch ist weder die Existenz noch die Eindeutigkeit der Lösung von (3.18) gewährleistet, BESTLE [5]. Probleme resultieren aus Gütefunktionen mit unbeschränktem oder nicht eindeutigem Minimierer.

Zusätzliche Schwierigkeiten bei der rechnergestützten Lösung von Optimierungsaufgaben treten bei der Existenz lokaler Minimierer auf. Im Gegensatz zum globalen oder absolutem Minimierer \mathbf{p}^* mit

$$f(\mathbf{p}^*) \leq f(\mathbf{p}) \quad \forall \mathbf{p} \in \mathcal{P} \quad (3.20)$$

ist der lokale Minimierer \mathbf{p}^* als bester zulässiger Entwurf einer offenen Umgebung $\mathcal{U} \subset \mathbb{R}^h$ um \mathbf{p}^* definiert:

$$f(\mathbf{p}^*) \leq f(\mathbf{p}) \quad \forall \mathbf{p} \in \mathcal{U} \cap \mathcal{P}. \quad (3.21)$$

Algorithmen, die auf iterativen Suchstrategien beruhen, finden ausgehend vom Anfangsentwurf in der Regel den nächstgelegenen lokalen Minimierer. Durch mehrere Optimierungsläufe mit unterschiedlichen Startentwürfen versucht man in solchen Fällen sicherzustellen, dass der absolute Minimierer in der Menge der gefundenen Minimierer enthalten ist. Eine Alternative zu den konventionellen Optimierungsalgorithmen bilden Verfahren ohne oder mit zufälliger Suchrichtung. Dazu zählen beispielsweise Genetische Algorithmen, HOLLAND [40], Tabu Search, HANSEN [34], und Simulated Annealing Verfahren, TRAN [97]. Dem Vorteil der Unempfindlichkeit gegenüber der Existenz lokaler Minima stehen jedoch ineffektiv viele Funktionsauswertungen bei vielen Entwurfsvariablen gegenüber, PHAM UND KARABOGA [71].

Optimierungsalgorithmen lassen sich bezüglich ihrer Verfahrens- und Modellordnung klassifizieren. Die Verfahrensordnung gibt an, welche Information über die Gütefunktion zur Verfügung gestellt werden muss. In jedem Fall ist dies der Funktionswert, zusätzlich können auch Gradient und sogar die Hesse-Matrix gefordert werden. Die Modellordnung spiegelt die im Algorithmus verwendete Approximation der Gütefunktion wieder. Während einfache Verfahren völlig ohne Modell auskommen, gibt es lineare und quadratische Ansätze oder Approximationen durch Hyperbelfunktionen. Die prinzipielle Vorgehensweise der modellbasierenden Verfahren ist in Bild 3.6 dargestellt. In der Regel zeigen modellbasierende Verfahren ein besseres Konvergenzverhalten als Algorithmen, die keine Ansatzfunktionen verwenden. Voraussetzung für die Berechnung von Gradienten ist die Existenz der benötigten Ableitung, die Kriterien müssen genügend oft stetig differenzierbar sein.

Im Gegensatz zur unrestringierten Optimierung führt die Berücksichtigung von Nebenbedingungen sowohl bei den theoretischen Grundlagen als auch bei der algorithmischen Umsetzung zu wesentlich umfangreicheren Gleichungen und komplexeren Verfahren. Eine Optimierung ohne Nebenbedingungen tritt bei technischen Anwendungen nur selten auf. In der Regel sind vorgegebene Nebenbedingungen zu erfüllen, um die physikalische Interpretierbarkeit oder technische Realisierbarkeit der optimalen Lösung zu sichern.

Soll für die Optimierung ein Algorithmus verwendet werden, der keine Nebenbedingungen berücksichtigt, so können die Nebenbedingungen mit Hilfe von Straffunktionen in eine Ersatz-Gütefunktion

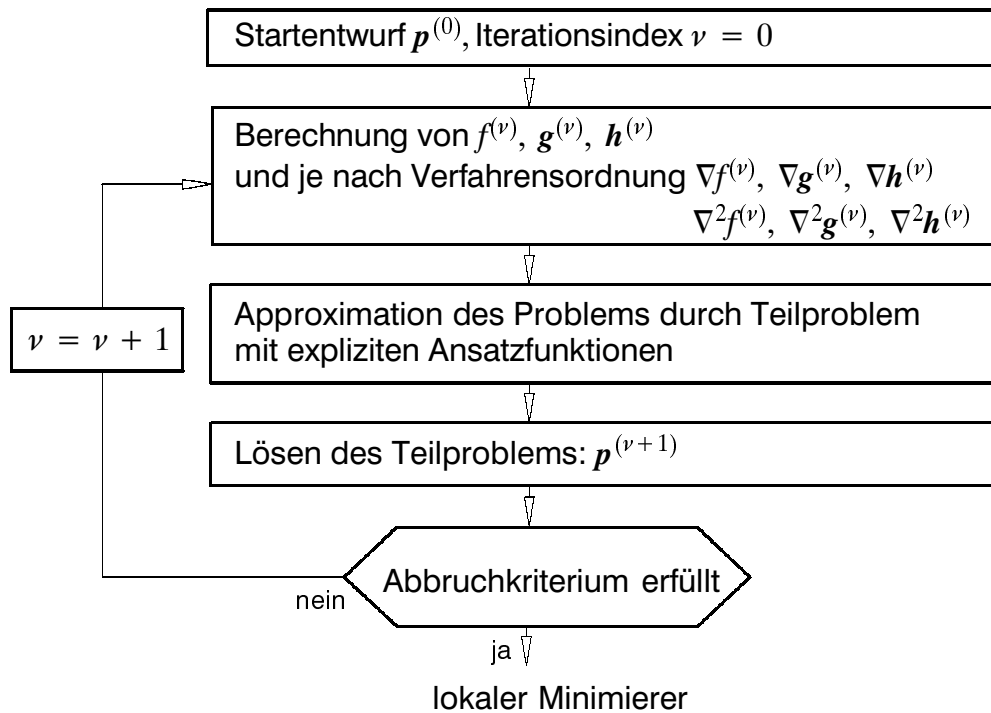


Bild 3.6: Generelles Vorgehen der modellbasierenden Algorithmen

$$\Phi(\mathbf{p}, r) := f(\mathbf{p}) + r \sigma(\mathbf{p}), \quad r \geq 0, \quad (3.22)$$

eingearbeitet werden, bei der die ursprüngliche Gütefunktion $f(\mathbf{p})$ durch einen Strafterm ergänzt wird, der sich aus einem Bewertungsfaktor r und einer Straffunktion $\sigma(\mathbf{p})$ bei Verletzung der Nebenbedingungen zusammensetzt.

Die Form der Straffunktion hängt von der Art der Nebenbedingung ab und ist in der Literatur nicht einheitlich. Zur Bewertung von Gleichungsnebenbedingungen eignet sich beispielsweise der quadratische Ansatz

$$\sigma(\mathbf{p}) := \sum_{i=1}^l g_i^2(\mathbf{p}), \quad (3.23)$$

während Ungleichungsnebenbedingungen in analoger Weise durch

$$\sigma(\mathbf{p}) := \sum_{j=1}^m \left\{ \max[0, h_j(\mathbf{p})] \right\}^2 \quad (3.24)$$

berücksichtigt werden können.

Schwierig gestaltet sich bei diesem Vorgehen die Wahl des Bewertungsfaktors r . Bei kleinen Werten werden die Nebenbedingungen in der Ersatz-Gütefunktion nicht ausreichend berücksichtigt, so dass der damit ermittelte Minimierer kein zulässiger Ent-

wurf des ursprünglichen Problems (3.18) ist. Durch die Wahl großer Bewertungsfaktoren lässt sich zwar erreichen, dass der Minimierer der Ersatz-Gütefunktion die Nebenbedingungen hinreichend genau erfüllt, jedoch ist dies mit einer Verschlechterung der Kondition des Problems verbunden, FLETCHER [25]. Um dieses Problem zu umgehen wird bei der *Sequential Unconstrained Minimization Technique (SUMT)* die Optimierung in mehreren Stufen mit wachsenden Bewertungsfaktoren durchgeführt: Ausgehend von einem Anfangsentwurf wird die Ersatz-Gütefunktion für einen geeignet festgelegten Bewertungsfaktor minimiert. Der so gefundene Entwurf wird die Nebenbedingungen in der Regel noch nicht befriedigend erfüllen, so dass eine weitere Optimierung mit erhöhtem Bewertungsfaktor durchgeführt wird, bei welcher der im vorhergehenden Schritt gefundene Entwurf als Startwert dient. Das beschriebene Vorgehen wird mit wachsenden Bewertungsfaktoren so lange wiederholt, bis die Nebenbedingungen genügend genau eingehalten werden.

Dieses doppeliterative Vorgehen entfällt bei der Verwendung von Algorithmen, die Nebenbedingungen explizit berücksichtigen. Im Fall von Ungleichungsnebenbedingungen kann dies einfach durch Ablehnen unzulässiger Entwürfe realisiert werden, Box [13]. Für modellbasierende Optimierungsverfahren bietet sich die Einarbeitung von analytischen Optimierungsbedingungen für einen Minimierer an. Die notwendigen Bedingungen 1. Ordnung oder Kuhn-Tucker-Karush Bedingungen lauten

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - \sum_{i=1}^l \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial \mathbf{p}} - \sum_{j=1}^m \mu_j \frac{\partial h_j}{\partial \mathbf{p}} &= \mathbf{0} , \\ \mathbf{g}(\mathbf{p}) &= \mathbf{0} , \\ \mathbf{h}(\mathbf{p}) &\leq \mathbf{0} , \\ \boldsymbol{\mu} &\leq \mathbf{0} , \\ \mu_j h_j(\mathbf{p}) &= 0 , j = 1(1)m . \end{aligned} \quad (3.25)$$

Für einen zulässigen lokalen Minimierer \mathbf{p}^* existieren demnach Lagrange Multiplikatoren λ^* und μ^* , welche die Forderungen (3.25) erfüllen. Mit Einführung der Lagrange Funktion

$$L(\mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) := f(\mathbf{p}) - \sum_{i=1}^l \lambda_i g_i(\mathbf{p}) - \sum_{j=1}^m \mu_j h_j(\mathbf{p}) , \quad (3.26)$$

lassen sich die Kuhn-Tucker-Karush Bedingungen auch durch

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{p}} &= \mathbf{0} , \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{0} , \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\mu}} \geq \mathbf{0} , \\ \boldsymbol{\mu} &\leq \mathbf{0} , \mu_j h_j(\mathbf{p}) = 0 , j = 1(1)m , \end{aligned} \quad (3.27)$$

ausdrücken. Optimierungsalgorithmen wie das SQP-Verfahren, welche Nebenbedingungen explizit berücksichtigen, ändern Entwurfparameter und Lagrange Multiplikatoren in jedem Iterationsschritt. Die verbesserten Schätzwerte der Lagrange Multiplikatoren fließen dann in die Berechnung einer geeigneten Suchrichtung für die Entwurfsvariablen ein, was zu einer raschen Konvergenz in der Nähe des Optimums führt.

Für den Einsatz in einer allgemeinen Optimierungssoftware zur Lösung der vorliegenden Problemstellung werden drei Algorithmen ausgewählt: Die Simplex-Methode bietet den Vorteil der einfachen Anwendbarkeit, weil keine Gradienteninformationen benötigt werden. Der Einsatz der Methode der modifizierten Asymptoten und der sequentiellen quadratischen Optimierung ist diesbezüglich aufwendiger, die Verfahren haben sich aber auf Grund ihrer Effizienz im Bereich der Strukturmechanik und bei allgemeinen Optimierungsproblemen bewährt.

3.2.1 Simplex-Methode

Die 1965 von NELDER UND MEAD [68] veröffentlichte Simplex-Methode dient der Lösung nichtlinearer Optimierungsprobleme ohne Nebenbedingungen. Bei dem Algorithmus handelt es sich um eine Methode der Verfahrensordnung 0, der Anwender muss also nur eine Schnittstelle zur Berechnung der Gütefunktionswerte bereitstellen. Diese einfache Anwendbarkeit sowie der leicht zu erklärende und programmierbare Aufbau des Verfahrens hat zu einer weiten Verbreitung geführt. Der Nelder-Mead Algorithmus darf jedoch nicht mit dem Simplex-Algorithmus für lineare Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen verwechselt werden.

Ausgangspunkt des Verfahrens ist ein Startsimplex, im h -dimensionalen Entwurfsraum ein Polyeder mit $(h + 1)$ Eckpunkten \mathbf{p}_k , $k = 0(1)h$, und zugehörigen Funktionswerten $f_k = f(\mathbf{p}_k)$, z. B. in der Ebene ein Dreieck, im Raum ein Tetraeder. In jedem Iterationsschritt werden ein oder mehrere neue Entwurfspunkte erzeugt und die zugehörigen Gütefunktionswerte berechnet. In Abhängigkeit dieser Ergebnisse ändert sich im Lauf der Iteration Größe und Lage des Simplex im Parameterraum durch die Operationen Reflexion, Expansion und Kontraktion, Bild 3.7. Die Iteration wird erfolgreich abgebrochen, sobald das Simplex auf eine vorgegebene Größe geschrumpft ist und die zugehörigen Gütefunktionswerte innerhalb eines vorgegebenen Toleranzbandes liegen.

Bei der Simplex-Methode werden weder Gradienteninformationen ausgewertet noch Approximationsmodelle für die Kriterien verwendet, weshalb eine Differenzierbarkeit der Kriterien keine Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Verfahrens ist. Werden

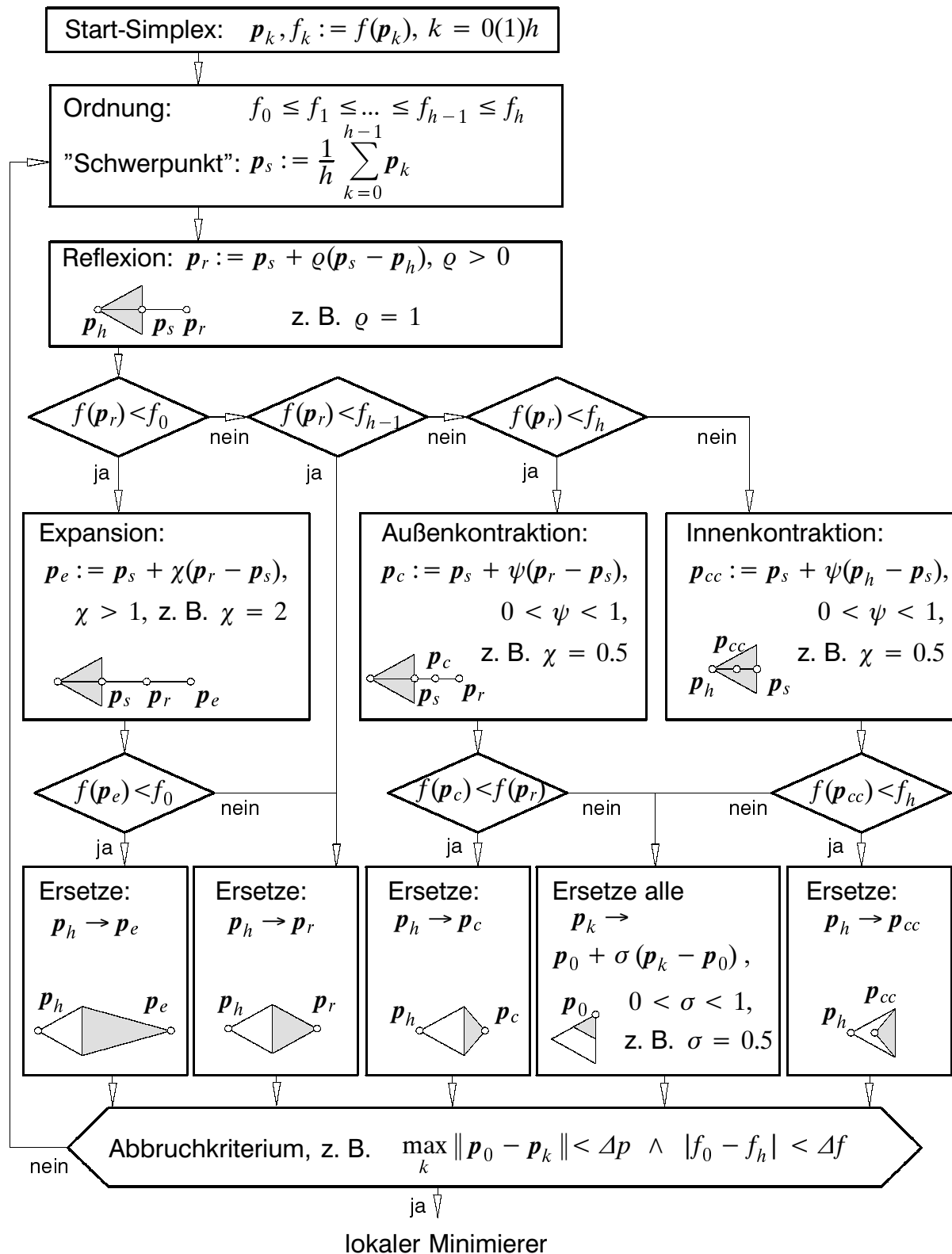


Bild 3.7: Simplex-Methode von Nelder und Mead

hohe Genauigkeitsanforderungen für die gesuchte Lösung des Optimierungsproblems gestellt, so sind in der Regel sehr viele Funktionsauswertungen nötig. Andererseits weist die Anwendung des Verfahrens auf viele Probleme eine signifikante Re-

duktion des Gütekriterienwertes in den ersten Iterationsschritten auf, LAGARIAS ET AL. [59]. Deshalb ist die Simplex-Methode gerade auf viele technische Optimierungsprobleme anwendbar, bei denen kein exakter Minimierer gesucht wird, sondern ein verbesserter Entwurf ausreichend ist.

Die hier beschriebene Simplex-Methode sieht keine Berücksichtigung von Nebenbedingungen vor. Für die Lösung restringierter Optimierungsprobleme könnte eine Ersatz-Gütefunktion nach Gleichung (3.22) verwendet werden, die jedoch in manchen Fällen im Verlauf der Optimierung zu einem singulären Simplex führt. Besser geeignet ist der aus der Simplex-Methode abgeleitete Complex-Algorithmus von Box [13], der die Berücksichtigung von Ungleichungsnebenbedingungen erlaubt. Nicht zulässige Entwürfe werden von diesem Verfahren abgelehnt und das Problem der Singularität des Simplex durch Verwendung eines höherdimensionalen Simplex vermieden.

3.2.2 Methode der modifizierten Asymptoten

Eine sehr allgemeine Formulierung eines nichtlinearen Optimierungsproblems mit Ungleichungsnebenbedingungen

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}, \mathbf{q}, r} \quad & f(\mathbf{p}) + r + \sum_{j=1}^m \left(b_j q_j + \frac{1}{2} c_j q_j^2 \right), \\ & \mathbf{h}(\mathbf{p}) - r\mathbf{a} - \mathbf{q} \leq \mathbf{0}, \\ & \mathbf{p}^u \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}^o, \\ & \mathbf{q} \geq \mathbf{0}, \\ & r \geq 0 \end{aligned} \tag{3.28}$$

beinhaltet zusätzlich zu den benutzerdefinierten Entwurfsparametern \mathbf{p} weitere Parameter \mathbf{q} und r zur Berücksichtigung verletzter Nebenbedingungen. Die Koeffizienten \mathbf{a} , \mathbf{b} und \mathbf{c} sind dabei nichtnegative, vom Benutzer in Abhängigkeit des vorliegenden Optimierungsproblems zu wählende Konstanten.

Durch entsprechende Wahl der Koeffizienten lässt sich die allgemeine Formulierung an viele Problemstellungen anpassen, wie z. B. Least Squares Probleme oder Min-Max-Probleme, SVANBERG [95]. Für das Standardproblem (3.18) ohne Gleichungsnebenbedingungen ($l = 0$) sollten die Koeffizienten $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, $\mathbf{c} = \mathbf{0}$ und \mathbf{b} angemessen groß gewählt werden. Dadurch werden die Terme $b_j q_j$ zur Straffunktion und für den Minimierer von (3.28) gilt offensichtlich $r = 0$. Die Werte der zusätzlichen Entwurfsparemeter \mathbf{q} hängen von der Wahl der Strafkoeffizienten \mathbf{b} ab, wie ein Vergleich der Kuhn-Tucker-Karush Bedingungen zwischen dem Standardproblem (3.18) und der allgemeinen Formulierung (3.28) zeigt. Für das Optimierungsproblem $\min_{\mathbf{p}} f(\mathbf{p})$ mit den Nebenbedingungen $\mathbf{h}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{0}$ lauten die Bedingungen erster Ordnung

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - \sum_{j=1}^m \mu_j^{(0)} \frac{\partial h_j}{\partial \mathbf{p}} &= \mathbf{0}, \\
\mathbf{h}(\mathbf{p}) &\leq \mathbf{0}, \\
\mu^{(0)} &\leq \mathbf{0}, \\
\mu_j^{(0)} h_j(\mathbf{p}) &= 0, j = 1(1)m,
\end{aligned} \tag{3.29}$$

für die allgemeinere Formulierung $\min_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} f(\mathbf{p}) + \mathbf{b}^T \mathbf{q}$ mit den Nebenbedingungen $\mathbf{h}(\mathbf{p}) - \mathbf{q} \leq \mathbf{0}$ und $\mathbf{q} \geq \mathbf{0}$ unter der Voraussetzung, dass die Parameterschranken in den Nebenbedingungen enthalten sind

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - \sum_{j=1}^m \mu_j^{(1)} \frac{\partial h_j}{\partial \mathbf{p}} &= \mathbf{0}, \\
\mathbf{b} + \mu^{(1)} + \mu^{(2)} &= \mathbf{0}, \\
\mathbf{h} - \mathbf{q} &\leq \mathbf{0}, \\
-\mathbf{q} &\leq \mathbf{0}, \\
\mu^{(1)} &\leq \mathbf{0}, \\
\mu^{(2)} &\leq \mathbf{0}, \\
\mu_j^{(1)} (h_j - q_j) &= 0, \\
\mu_j^{(2)} q_j &= 0, j = 1(1)m.
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Falls die Koeffizienten $\mathbf{b} > -\mu^{(0)}$ gewählt werden, existieren $\mu^{(1)} = \mu^{(0)}$ und $\mu^{(2)} < \mathbf{0}$, so dass die Nebenbedingungen $\mathbf{q} \geq \mathbf{0}$ aktiv sind. Die zusätzlichen Entwurfparameter verschwinden, $\mathbf{q} = \mathbf{0}$, und die Lösung von (3.18) stimmt mit (3.28) überein. Andernfalls erhöhen die Strafterme $\mathbf{b}^T \mathbf{q}$ den Wert der Gütefunktion nicht ausreichend und es gilt $\mu^{(2)} = \mathbf{0}$ und somit $\mathbf{q} \geq \mathbf{0}$, so dass die ursprünglichen Nebenbedingungen $\mathbf{h} \leq \mathbf{0}$ verletzt sind und die Lösungen nicht übereinstimmen. Dennoch sollten aus numerischen Gründen die Werte der Strafkoeffizienten \mathbf{b} nicht unverhältnismäßig groß angesetzt werden. SVANBERG [95] empfiehlt, eine erste Optimierung mit $b_j = 1000$ durchzuführen und iterativ um den Faktor 100 zu vergrößern, solange $\mathbf{q} \geq \mathbf{0}$ ist.

Die Problemformulierung (3.28) ist Grundlage der 'Method of Moving Asymptotes' (MMA), einem modellbasierenden Verfahren. In jedem Iterationsschritt des Optimierungsprozesses werden die Kriterien hierbei durch Hyperbeln approximiert und das daraus resultierende Teilproblem gelöst. Beschränkt man sich zunächst auf eine Funktion einer Veränderlichen mit negativem Gradienten, lautet der Hyperbelansatz

$$\tilde{f}^{(v)} = k_1 + \frac{k_2}{p - u^{(v)}}, \quad p > u^{(v)}. \quad (3.31)$$

Asymptoten der Näherungsfunktion sind $p = u^{(v)}$ und $\tilde{f}^{(v)} = k_1$, Bild 3.8a. Für den Gradienten gilt

$$\frac{\partial \tilde{f}^{(v)}}{\partial p} = - \frac{k_2}{(p - u^{(v)})^2}. \quad (3.32)$$

Im aktuellen Iterationspunkt $p^{(v)}$ sollen Funktionswert und Gradient der Approximation $\tilde{f}^{(v)}$ mit der Gütefunktion f übereinstimmen:

$$f(p^{(v)}) \stackrel{!}{=} \tilde{f}^{(v)}(p^{(v)}) = k_1 + \frac{k_2}{p^{(v)} - u^{(v)}}, \quad (3.33)$$

$$\nabla f(p^{(v)}) = \left. \frac{\partial f}{\partial p} \right|_{p^{(v)}} \stackrel{!}{=} \left. \frac{\partial \tilde{f}^{(v)}}{\partial p} \right|_{p^{(v)}} = - \frac{k_2}{(p^{(v)} - u^{(v)})^2}. \quad (3.34)$$

Damit stehen 2 Gleichungen für die Ermittlung von k_1 und k_2 zur Verfügung, und man erhält schließlich die Approximation

$$\tilde{f}^{(v)}(p) = f(p^{(v)}) + \frac{(p^{(v)} - u^{(v)})^2}{p^{(v)} - u^{(v)}} \nabla f(p^{(v)}) - \frac{(p^{(v)} - u^{(v)})^2}{p - u^{(v)}} \nabla f(p^{(v)}), \quad (3.35)$$

wobei aus Symmetriegründen der Bruch des zweiten Summanden nicht gekürzt wurde. Analog liefert der Ansatz

$$\tilde{f}^{(v)} = k_1 + \frac{k_2}{o^{(v)} - p}, \quad p < o^{(v)} \quad (3.36)$$

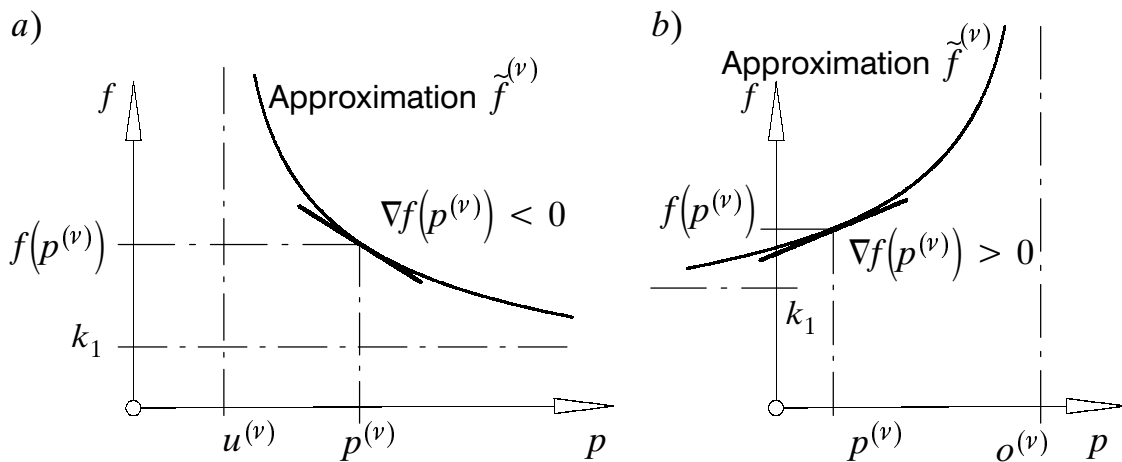


Bild 3.8: Approximation mit Hyperbelansätzen
a) negativer Gradient, b) positiver Gradient

für Kriterien mit positiven Gradienten die Näherung

$$\tilde{f}^{(\nu)}(p) = f(p^{(\nu)}) - \frac{(o^{(\nu)} - p^{(\nu)})^2}{o^{(\nu)} - p^{(\nu)}} \nabla f(p^{(\nu)}) + \frac{(o^{(\nu)} - p^{(\nu)})^2}{o^{(\nu)} - p} \nabla f(p^{(\nu)}) . \quad (3.37)$$

Mit der Definition

$$\nabla f^{(\nu)+} := \max \left\{ 0, \frac{\partial f_j}{\partial p_i} \Big|_{p^{(\nu)}} \right\}, \quad \nabla f^{(\nu)-} := \max \left\{ 0, -\frac{\partial f_j}{\partial p_i} \Big|_{p^{(\nu)}} \right\} \quad (3.38)$$

kann man beide Fälle zusammenfassen:

$$\begin{aligned} \tilde{f}^{(\nu)}(p) = f(p^{(\nu)}) &- \frac{(o^{(\nu)} - p^{(\nu)})^2}{o^{(\nu)} - p^{(\nu)}} \nabla f^{(\nu)+} + \frac{(o^{(\nu)} - p^{(\nu)})^2}{o^{(\nu)} - p} \nabla f^{(\nu)+} \\ &- \frac{(p^{(\nu)} - u^{(\nu)})^2}{p^{(\nu)} - u^{(\nu)}} \nabla f^{(\nu)-} + \frac{(p^{(\nu)} - u^{(\nu)})^2}{p - u^{(\nu)}} \nabla f^{(\nu)-} \\ \text{mit } u^{(\nu)} < p < o^{(\nu)} . \end{aligned} \quad (3.39)$$

Die Erweiterung auf höherdimensionale Entwurfsräume erfolgt durch getrennte Hyperbelansätze in den einzelnen Entwurfsvariablen und Aufsummierung. Um in der Problemstellung (3.28) bei Ersetzen sowohl der Gütefunktion als auch der Nebenbedingungsfunktionen eine kompakte Darstellung zu erreichen, wählt man folgende Abkürzungen:

$$f_0 := f, \quad f_j := h_j \quad \text{mit } j = 1(1)m \quad (3.40)$$

Die zugeordneten Näherungen sind dann $\tilde{f}_0 = \tilde{f}$ bzw. $\tilde{f}_j = \tilde{h}_j$. Damit ergibt sich folgendes im ν -ten Iterationsschritt des Optimierungsprozesses zu lösendes Teilproblem:

$$\begin{aligned} \min_{p, q, r} \quad & \tilde{f}^{(\nu)}(p) + r + \sum_{j=1}^m \left(b_j q_j + \frac{1}{2} c_j q_j^2 \right), \\ & \tilde{h}^{(\nu)}(p) - r a - q \leq \mathbf{0}, \\ & \alpha^{(\nu)} \leq p \leq \beta^{(\nu)}, \\ & q \geq \mathbf{0}, \\ & r \geq 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

mit den Approximationen

$$\tilde{f}_j^{(v)}(\mathbf{p}) = f_j(\mathbf{p}^{(v)}) - \sum_{i=1}^h \left[\frac{v_{ji}^{(v)}}{o_i^{(v)} - p_i^{(v)}} + \frac{w_{ji}^{(v)}}{p_i^{(v)} - u_i^{(v)}} \right] + \sum_{i=1}^h \left[\frac{v_{ji}^{(v)}}{o_i^{(v)} - p_i} + \frac{w_{ji}^{(v)}}{p_i - u_i^{(v)}} \right]$$

mit

$$v_{ji}^{(v)} = \left(o_i^{(v)} - p_i^{(v)} \right)^2 \nabla f_{j,i}^{(v)+}, \quad \nabla f_{j,i}^{(v)+} = \max \left\{ 0, \frac{\partial f_j}{\partial p_i} \Big|_{p^{(v)}} \right\},$$

$$w_{ji}^{(v)} = \left(p_i^{(v)} - u_i^{(v)} \right)^2 \nabla f_{j,i}^{(v)-}, \quad \nabla f_{j,i}^{(v)-} = \max \left\{ 0, -\frac{\partial f_j}{\partial p_i} \Big|_{p^{(v)}} \right\}. \quad (3.42)$$

Die gegenüber (3.28) geänderte Festlegung der Parametergrenzen soll den Algorithmus robust machen. Man definiert sie als

$$\alpha_i^{(v)} = \max \left\{ p_i^u, u_i^{(v)} + 0.1 \left(p_i^{(v)} - u_i^{(v)} \right) \right\}$$

$$\beta_i^{(v)} = \min \left\{ p_i^o, o_i^{(v)} - 0.1 \left(o_i^{(v)} - p_i^{(v)} \right) \right\}, \quad (3.43)$$

Bild 3.9. Somit hängt das Teilproblem im Wesentlichen von den Gradienten des momentanen Punktes ab, über die Festlegung der Asymptoten $u_i^{(v)}$ und $o_i^{(v)}$ implizit aber auch von vorangegangenen Iterationen. Für die ersten beiden Iterationsschritte wählt man jeweils das auf den aktuellen Entwurfspunkt zentrierte Entwurfsintervall

$$u_i^{(v)} = p_i^{(v)} - 0.5 \left(p_i^o - p_i^u \right)$$

$$o_i^{(v)} = p_i^{(v)} + 0.5 \left(p_i^o - p_i^u \right), \quad (3.44)$$

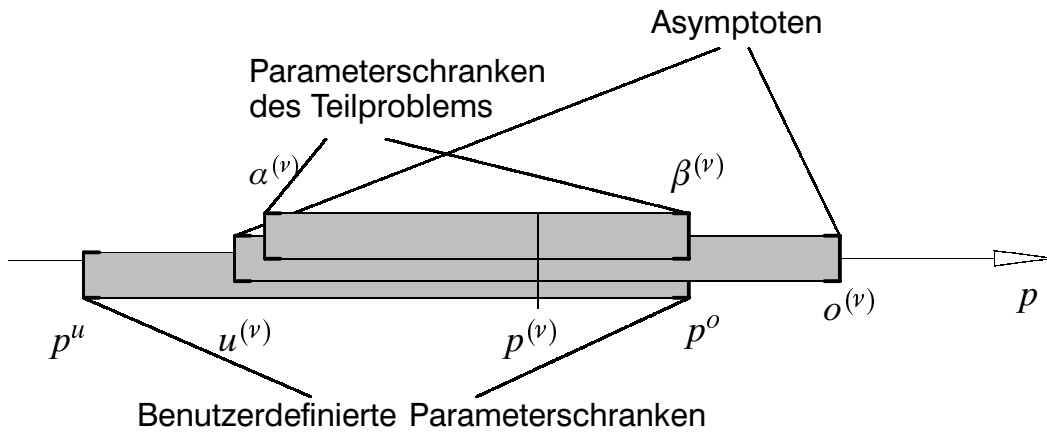


Bild 3.9: Parameterschranken des MMA Teilproblems

für weitere Iterationen

$$\begin{aligned} u_i^{(v)} &= p_i^{(v)} - \gamma_i^{(v)} (p_i^{(v-1)} - u_i^{(v-1)}) \\ o_i^{(v)} &= p_i^{(v)} + \gamma_i^{(v)} (o_i^{(v-1)} - p_i^{(v-1)}), \end{aligned} \quad (3.45)$$

mit

$$\gamma_i^{(v)} = \begin{cases} 0.7 & \text{falls } (p_i^{(v)} - p_i^{(v-1)})(p_i^{(v-1)} - p_i^{(v-2)}) < 0, \\ 1.2 & \text{falls } (p_i^{(v)} - p_i^{(v-1)})(p_i^{(v-1)} - p_i^{(v-2)}) > 0, \\ 1 & \text{falls } (p_i^{(v)} - p_i^{(v-1)})(p_i^{(v-1)} - p_i^{(v-2)}) = 0. \end{cases} \quad (3.46)$$

Die Lösung des Teilproblems (3.41) ist selbst iterativ und erfolgt mit einem Newton Verfahren auf Basis eines Gleichungssystems, das man durch Aufstellen der Kuhn-Tucker-Karush Bedingungen des Teilproblems erhält, SVANBERG [95].

Die MMA zeigt sehr gute Konvergenz bei Gütefunktionen, die proportional zum Kehrwert der Entwurfsparameter sind. Dies gilt für viele Probleme in der Strukturmechanik, bei denen Gewichtsoptimierungen unter Einhaltung maximaler Spannungen oder Verformungen durch Verändern der Bauteilgeometrie durchgeführt werden. Eine Verallgemeinerung der MMA zur Berücksichtigung von Gleichungsnebenbedingungen ist ebenfalls möglich, ZHANG ET AL. [104].

3.2.3 Sequentielle quadratische Programmierung

Bei der sequentiellen quadratischen Programmierung, die auch unter anderen Namen wie Lagrange-Newton-Verfahren oder Variable-Metrik Methode bekannt ist, werden die Kriterien durch quadratische Ansatzfunktionen angenähert. Dadurch werden nicht nur Gradienteninformationen, sondern auch Krümmungseigenschaften der Gütefunktion und Nebenbedingungen berücksichtigt.

Ein lokaler Minimierer erfüllt die Kuhn-Tucker-Karush Bedingungen (3.25), die nur Gradienteninformationen von Gütefunktion und Nebenbedingungen enthält. Für die Formulierung weiterer Bedingungen muss die Krümmung der Gütefunktion als auch der Nebenbedingungen berücksichtigt werden. Beschränkt man sich auf die Betrachtung von Gleichungsnebenbedingungen, so gilt für Parametervariationen $\delta \mathbf{p}$ um einen lokalen Minimierer \mathbf{p}^*

$$\begin{aligned} L(\mathbf{p}^* + \delta \mathbf{p}, \lambda^*) &= f(\mathbf{p}^* + \delta \mathbf{p}) - \lambda^{*T} \mathbf{g}(\mathbf{p}^* + \delta \mathbf{p}) \\ &\equiv f(\mathbf{p}^* + \delta \mathbf{p}) \end{aligned} \quad (3.47)$$

wenn $g(\mathbf{p}^* + \delta\mathbf{p})$ verschwindet, die Parametervariation $\delta\mathbf{p}$ also die Nebenbedingung erfüllt und damit zulässig ist. Die Gütefunktion ist dann für zulässige Parametervariationen mit der Lagrange Funktion identisch und man kann die entsprechenden Taylorreihen gleichsetzen:

$$f(\mathbf{p}^* + \delta\mathbf{p}) = L(\mathbf{p}^*, \lambda^*) + \delta\mathbf{p}^T \frac{\partial L}{\partial \mathbf{p}} \Big|_{\mathbf{p}^*, \lambda^*} + \frac{1}{2} \delta\mathbf{p}^T \frac{\partial^2 L}{\partial \mathbf{p} \partial \mathbf{p}} \Big|_{\mathbf{p}^*, \lambda^*} \delta\mathbf{p} + \dots \quad (3.48)$$

Unter Berücksichtigung von $L(\mathbf{p}^*, \lambda^*) \equiv f(\mathbf{p}^*)$ und den Kuhn-Tucker-Karush Bedingungen (3.27) lässt sich (3.48) mit der Hesse-Matrix der Lagrange Funktion

$$\mathbf{W}^* := \nabla^2 L(\mathbf{p}^*, \lambda^*) = \nabla^2 f(\mathbf{p}^*) - \sum_{i=1}^l \lambda_i^* \nabla^2 g_i(\mathbf{p}^*) \quad (3.49)$$

vereinfachen:

$$f(\mathbf{p}^* + \delta\mathbf{p}) = f(\mathbf{p}^*) + \frac{1}{2} \delta\mathbf{p}^T \mathbf{W}^* \delta\mathbf{p} + \dots \quad (3.50)$$

Die Bedingung für einen Minimierer verlangt, dass die Hesse-Matrix \mathbf{W} der Lagrange Funktion für alle zulässigen Parametervariationen positiv definit ist:

$$\delta\mathbf{p}^T \mathbf{W}^* \delta\mathbf{p} \geq 0 \quad \forall \delta\mathbf{p} : \delta\mathbf{p}^T \nabla g_i^* = 0, \quad i = 1(1)l. \quad (3.51)$$

Die für Gleichungsnebenbedingungen geltenden Beziehungen lassen sich auf Ungleichungsnebenbedingungen übertragen. Für den allgemeinen Fall lauten mit der Hesse-Matrix

$$\mathbf{W} := \nabla^2 L(\mathbf{p}, \lambda, \mu) = \nabla^2 f(\mathbf{p}) - \sum_{i=1}^l \lambda_i \nabla^2 g_i(\mathbf{p}) - \sum_{j=1}^m \mu_j \nabla^2 h_j(\mathbf{p}) \quad (3.52)$$

die zusätzlich zu den Bedingungen 1. Ordnung (3.25) zu erfüllenden Bedingungen 2. Ordnung

$$\delta\mathbf{p}^T \mathbf{W}^* \delta\mathbf{p} \geq 0 \quad \forall \delta\mathbf{p} \in \mathcal{G}^* \quad (3.53)$$

mit den zulässigen Parametervariationen

$$\mathcal{G}^* := \left\{ \delta\mathbf{p} \in \mathbb{R}^h \mid \delta\mathbf{p} \neq \mathbf{0}, \quad \begin{aligned} &\delta\mathbf{p}^T \nabla g_i^* = 0, \quad i = 1(1)l, \\ &\delta\mathbf{p}^T \nabla h_j^* = 0 \quad \forall j : h_j^* = 0 \wedge \mu_j^* < 0, \\ &\delta\mathbf{p}^T \nabla h_j^* \leq 0 \quad \forall j : h_j^* = 0 \wedge \mu_j^* = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3.54)$$

Mit der Hesse-Matrix kann das quadratische Teilproblem im ν -ten Iterationsschritt des Optimierungsprozesses

$$\begin{aligned}
\min_{\delta \mathbf{p}} \tilde{f}(\delta \mathbf{p}) &= \min_{\delta \mathbf{p}} \left(\nabla f^{(v)T} \delta \mathbf{p} + \frac{1}{2} \delta \mathbf{p}^T \mathbf{W}^{(v)} \delta \mathbf{p} \right), \\
\nabla g_i^{(v)T} \delta \mathbf{p} + g_i^{(v)} &= 0, \quad i = 1(1)l, \\
\nabla h_j^{(v)T} \delta \mathbf{p} + h_j^{(v)} &\leq 0, \quad j = 1(1)m
\end{aligned} \tag{3.55}$$

formuliert werden. Die Lösung dieses Teilproblems ist mit der Lösung der linearisierten Kuhn-Tucker-Karush Bedingungen des nichtlinearen Optimierungsproblems (3.18) identisch, BESTLE [5].

Das quadratische Optimierungsproblem (3.55) mit linearen Nebenbedingungen kann exakt gelöst werden. Dabei finden sogenannte 'active set' Methoden Anwendung, die aktive Ungleichungsnebenbedingungen wie Gleichungsnebenbedingungen behandeln und inaktive Ungleichungen unberücksichtigt lassen. Die Lösung des Teilproblems muss auf Grund der Nichtlinearität von Gütefunktion und Nebenbedingungen kein zulässiger Punkt sein, so dass das Ergebnis als Startwert einer Liniensuche verwendet wird. Dabei wird eine Bewertungsfunktion verwendet, die ähnlich einer Straffunktion sowohl die Verringerung des Gütefunktionswerts als auch die Verletzung der Nebenbedingungen berücksichtigt. Im Algorithmus von BRANCH UND GRACE [10] wird die Funktion

$$\Phi^{(v)}(\mathbf{p}) = f(\mathbf{p}) + \sum_{i=1}^l v_i^{(v)} |g_i(\mathbf{p})| + \sum_{j=1}^m w_j^{(v)} \max\{0, h_j(\mathbf{p})\}, \tag{3.56}$$

verwendet, die Wichtungsfaktoren werden in jedem Iterationsschritt in Abhängigkeit der Lagrange Multiplikatoren des Teilproblems (3.55) angepasst:

$$\begin{aligned}
v_i^{(v)} &= \max \left\{ |\lambda_i^{(v)}|, \frac{v_i^{(v-1)} + |\lambda_i^{(v)}|}{2} \right\}, \\
w_j^{(v)} &= \max \left\{ |\mu_j^{(v)}|, \frac{w_j^{(v-1)} + |\mu_j^{(v)}|}{2} \right\}.
\end{aligned} \tag{3.57}$$

Bei der Liniensuche wird dann der Entwurf $\mathbf{p}^{(v)}$ mit dem Minimierer des Teilproblems $\mathbf{p}^{(v)} + \delta \mathbf{p}$ verglichen und die Schrittweite $\delta \mathbf{p}$ reduziert, bis eine Verbesserung $\Phi(\mathbf{p}^{(v)} + \delta \mathbf{p}) < \Phi(\mathbf{p}^{(v)})$ erreicht ist.

Bei der Anwendung des dargestellten Vorgehens bereitet in der Praxis meist die Bereitstellung der zur Berechnung der Hesse-Matrix \mathbf{W} benötigten Krümmungsinformationen Probleme. Es ist jedoch möglich, die Hesse-Matrix durch eine Ersatzmatrix \mathbf{B}

zu ersetzen, die aus Informationen aus den zurückliegenden Iterationsschritten aufgebaut wird und gegen die Hesse-Matrix konvergiert, POWELL [73]. Die als Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno-Modifikation (BFGS) bezeichnete Rekursionsformel

$$\mathbf{B}_{BFGS}^{(v+1)} := \mathbf{B}^{(v)} + \frac{\gamma\gamma^T}{\gamma^T\delta\mathbf{p}} - \frac{\mathbf{B}^{(v)}\delta\mathbf{p}\delta\mathbf{p}^T\mathbf{B}^{(v)}}{\delta\mathbf{p}^T\mathbf{B}^{(v)}\delta\mathbf{p}} \quad (3.58)$$

baut auf der Parameteränderung $\delta\mathbf{p}$ und den in

$$\begin{aligned} \gamma &:= \nabla L(\mathbf{p}^{(v+1)}, \lambda, \mu) - \nabla L(\mathbf{p}^{(v)}, \lambda, \mu) \\ &= \nabla f^{(v+1)} - \nabla f^{(v)} - \sum_{i=1}^l \lambda_i (\nabla g_i^{(v+1)} - \nabla g_i^{(v)}) \\ &\quad - \sum_{j=1}^m \mu_j (\nabla h_j^{(v+1)} - \nabla h_j^{(v)}) \end{aligned} \quad (3.59)$$

enthaltenen Gradienteninformation auf.

3.3 Mehrkriterienoptimierung

Das dynamische Verhalten vieler technischer Systeme ist in der Regel nicht durch ein einzelnes Kriterium, sondern nur durch eine Vielzahl verschiedener Kriterien zu kennzeichnen. Fasst man alle zu minimierenden Gütefunktionen zum Vektorkriterium $f: \mathbb{R}^h \rightarrow \mathbb{R}^n$ zusammen, so erhält man als Standardproblem der Mehrkriterienoptimierung

$$\underset{\mathbf{p} \in \mathcal{P}}{\text{opt}} f(\mathbf{p}),$$

$$\text{mit } \mathcal{P} := \left\{ \mathbf{p} \in \mathbb{R}^h \mid \mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{p}^u \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}^o, \right.$$

$$\left. \mathbf{g}: \mathbb{R}^h \rightarrow \mathbb{R}^l, \mathbf{h}: \mathbb{R}^h \rightarrow \mathbb{R}^m \right\}. \quad (3.60)$$

In der Regel existiert kein Entwurf, der alle Kriterien gleichzeitig minimiert. Sich widersprechende Kriterien führen dazu, dass eine Verbesserung in einem Kriterium die Verschlechterung anderer Kriterien mit sich bringt. Im Gegensatz zum skalaren Optimierungsproblem, bei dem der Parameterraum auf einen Skalar abgebildet wird, der eine eindeutige Vergleichbarkeit der Entwürfe nach Gleichung (3.19) zulässt, ist ein Vergleich verschiedener Entwürfe bei der in Bild 3.10 dargestellten Abbildung auf Vektorkriterien nicht in jedem Fall eindeutig. Zwischen zwei Vektoren $\mathbf{f}^1 = f(\mathbf{p}^1)$ und $\mathbf{f}^2 = f(\mathbf{p}^2)$ lassen sich folgende Beziehungen definieren:

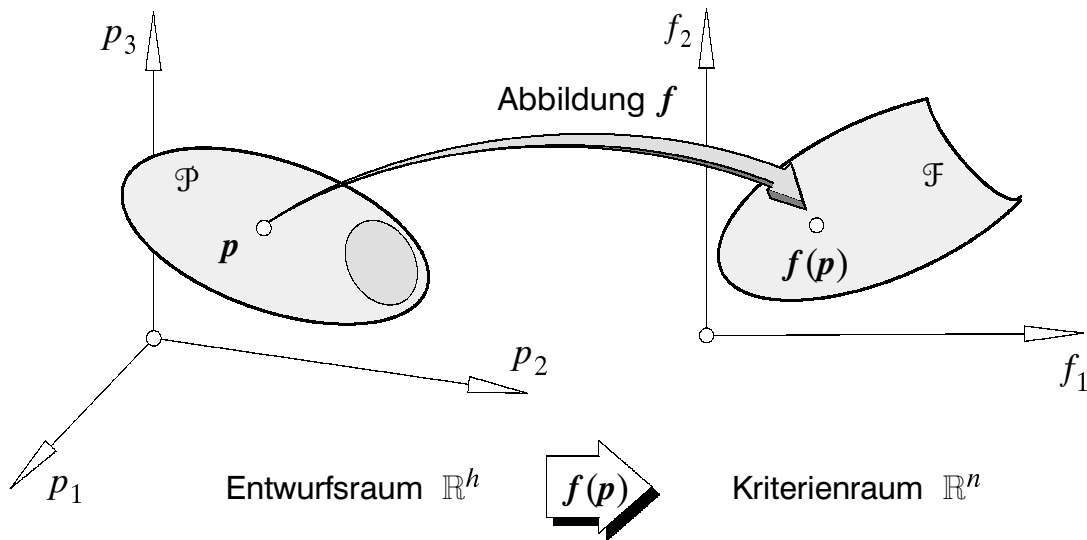


Bild 3.10: Abbildung des Entwurfsraums auf den Kriterienraum

$$\begin{aligned}
 f^1 = f^2 &\Leftrightarrow f_i^1 = f_i^2 \quad \forall i, \\
 f^1 \leq f^2 &\Leftrightarrow f_i^1 \leq f_i^2 \quad \forall i, \\
 f^1 < f^2 &\Leftrightarrow f_i^1 \leq f_i^2 \quad \forall i \quad \wedge \quad f^1 \neq f^2, \\
 f^1 \ll f^2 &\Leftrightarrow f_i^1 < f_i^2 \quad \forall i.
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

Damit liegt durch das Vektorkriterium folgende Ordnungsstruktur für die Mehrkriterienoptimierung fest:

$$p^1 \text{ besser als } p^2 \quad \Leftrightarrow \quad f(p^1) < f(p^2). \tag{3.62}$$

Diese Ordnung ist jedoch nur eine Teilordnung im Kriterienraum, Bild 3.11. Liegt das Bild f^2 von p^2 im Kegel

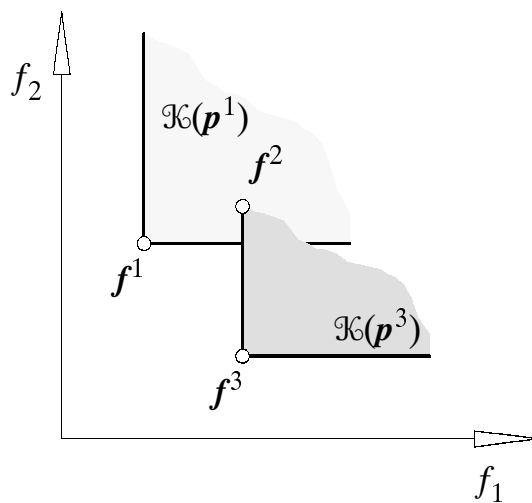


Bild 3.11: Teilordnung im Kriterienraum

$$\mathcal{K}(\mathbf{p}^1) := \{ \mathbf{f} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{f} \geq \mathbf{f}(\mathbf{p}^1) \}, \quad (3.63)$$

so ist \mathbf{p}^1 besser als \mathbf{p}^2 . Bei einem Vergleich der Entwürfe \mathbf{p}^1 und \mathbf{p}^3 ist jedoch keine Aussage möglich, sie sind nicht miteinander vergleichbar.

Schließt man alle nicht optimalen Entwürfe aus der Menge der zulässigen Entwürfe \mathcal{P} aus, so bleibt die Menge der Pareto-optimalen oder genauer Edgeworth-Pareto-optimalen Entwürfe

$$\mathcal{P}^P := \{ \mathbf{p}^P \in \mathcal{P} \mid \nexists \mathbf{p} \in \mathcal{P} : \mathbf{f}(\mathbf{p}) < \mathbf{f}(\mathbf{p}^P) \}. \quad (3.64)$$

Aus dieser Definition folgt, dass die Abbildung $\mathcal{F}^P = \mathbf{f}(\mathcal{P}^P)$ der Menge der Pareto-optimalen Entwürfe \mathcal{P}^P auf dem Rand des zulässigen Kriterienraums \mathcal{F} liegt, Bild 3.12.

Alle Pareto-optimalen Entwürfe sind Lösungen des Mehrkriterienoptimierungsproblems (3.60). Da kein weiterer, mathematisch strenger Vergleich zwischen diesen Entwürfen möglich ist, bleibt dem Ingenieur die Entscheidung für eine Lösung auf Basis seiner Erfahrung oder subjektiven Einschätzung überlassen.

In der Praxis lässt sich die Menge der Pareto-optimalen Entwürfe nicht geschlossen ermitteln, weil es zu aufwendig ist, alle zulässigen Entwürfe in den Kriterienraum abzubilden. Zudem ist eine graphische Darstellung des Kriterienraums nur für maximal 3 Dimensionen und somit Kriterien durchführbar. Man beschränkt sich daher auf die Suche einzelner oder mehrerer Punkte aus \mathcal{P}^P , die man durch Reduktion des Mehrkriterienoptimierungsproblems auf skalare Ersatzprobleme mit den bereits bekannten Algorithmen ermitteln kann. Eine Reduktion kann auf Basis der Skalarisierung, der Festlegung einer lexikographischen Ordnung, der Definition eines Optimierungs-

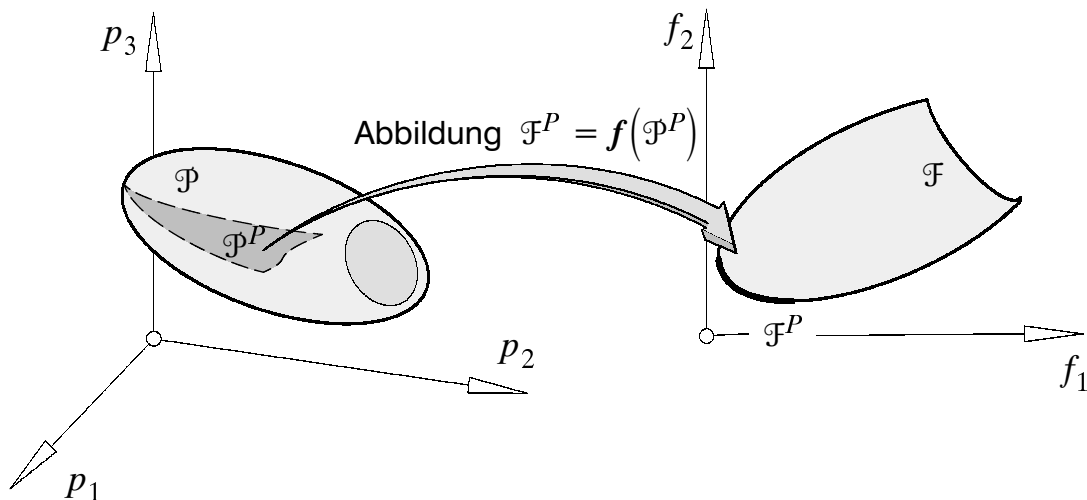


Bild 3.12: Pareto-optimale Entwürfe im Entwurfs- und Kriterienraum

ziels und geeigneter Abweichungen oder auf einer Kombination der genannten Verfahren erfolgen, ROMERO [76].

Bei der Skalarisierung wird das Vektorkriterium $f(p)$ durch eine Utility- oder Ersatzfunktion $\Phi(f)$ ersetzt, die folgenden Bedingungen genügt:

$$\begin{aligned} f^1 &= f^2 \Leftrightarrow \Phi(f^1) = \Phi(f^2), \\ f^1 &\leq f^2 \Leftrightarrow \Phi(f^1) \leq \Phi(f^2), \\ f^1 &< f^2 \Leftrightarrow \Phi(f^1) < \Phi(f^2). \end{aligned} \quad (3.65)$$

Bei der Hierarchisierung werden die einzelnen Gütekriterien entsprechend ihrer Relevanz sukzessive minimiert. Dazu ist die Priorität der Kriterien vom Anwender vorzugeben. Einige Verfahren bauen auf einem Bezugspunkt oder Optimierungsziel f^0 auf. Oft ist es günstig, diesen Bezugspunkt als ideale Lösung des Mehrkriterienoptimierungsproblems zu definieren:

$$f^0: f_i^0 = \min_{p \in \mathcal{P}} f_i(p), \quad i = 1(1)n. \quad (3.66)$$

Im Allgemeinen gehört dieser Punkt nicht zu den zulässigen Entwürfen, er stellt jedoch eine geeignete Bezugsgröße zur Beurteilung des Erreichbaren dar.

- *Gewichtete Kriterien*

Ein auf Grund seiner einfachen Anwendbarkeit weit verbreitetes Verfahren ist die Methode der gewichteten Kriterien, z. B. IGNIZIO [42]. Bei dieser Skalarisierung wird das Vektorkriterium durch eine skalare Ersatzfunktion $\Phi(f)$ als gewichtete Summe der einzelnen Kriterien ersetzt:

$$\Phi(f) := \sum_{i=1}^n w_i f_i(p) = w^T f, \quad w > 0, \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1. \quad (3.67)$$

Durch Wahl unterschiedlicher Gewichtungsfaktoren w_i können verschiedene Pareto-optimale Entwürfe ermittelt werden. Im Fall einer konkaven Berandung des Kriterienraums versagt diese Methode jedoch, da nur Pareto-optimale Entwürfe auf der konvexen Hülle des zulässigen Kriterienraums \mathcal{F} erfasst werden, Bild 3.13.

- *Hierarchische Optimierung*

Bei der hierarchischen Optimierung werden die einzelnen Kriterien sukzessive in der vom Anwender durch die Priorität vorgegebenen Reihenfolge minimiert. Im Anschluss an die jeweilige Optimierung wird das Kriterium um eine vorzugebende Zuwachstoleranz gelockert und als zusätzliche Nebenbedingung zur Einschränkung

des zulässigen Parameterraums eingeführt, Bild 3.14. Unter der Voraussetzung, dass die Kriterien entsprechend ihrer Priorität geordnet sind, lautet der Minimierungsprozess

$$\begin{aligned}\bar{f}_i &:= \min_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}^{i-1}} f_i(\mathbf{p}), \quad i = 1(1)n, \\ \text{mit } \mathcal{P}^i &:= \left\{ \mathbf{p} \in \mathcal{P}^{i-1} \mid f_i(\mathbf{p}) \leq (1 + \varepsilon_i) \bar{f}_i \right\}, \\ \mathcal{P}^0 &:= \mathcal{P}.\end{aligned}\tag{3.68}$$

Durch Variation der vom Anwender festzulegenden Zuwachstoleranzen ε_i findet das Verfahren verschiedene Pareto-optimale Entwürfe. Auf Grund der rekursiven Suche erscheint die Methode jedoch umständlich und im Fall der Berücksichtigung vieler Kriterien sehr aufwendig. Zudem ist es nicht effizient, zuerst ein Kriterium zu minimieren, um anschließend eine Verschlechterung zuzulassen.

- *Kompromiss-Methode*

Um das indirekte Vorgehen bei der hierarchischen Optimierung zu umgehen, kann man an Stelle der Zuwachstoleranzen ε_i die Schranken \hat{f}_i für $n - 1$ Kriterien direkt vorgeben und das verbleibende Kriterium f_r minimieren:

$$\min_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}^r} f_r(\mathbf{p}), \quad \text{mit } \mathcal{P}^r := \left\{ \mathbf{p} \in \mathcal{P} \mid f_i(\mathbf{p}) \leq \hat{f}_i, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \setminus \{r\} \right\}.\tag{3.69}$$

Unterschiedliche Pareto-Optima kann der Anwender durch Veränderung der Schranken \hat{f}_i erzielen. Sind die Schranken jedoch zu streng gewählt, so gibt es keine Lösung für das Problem (3.69).

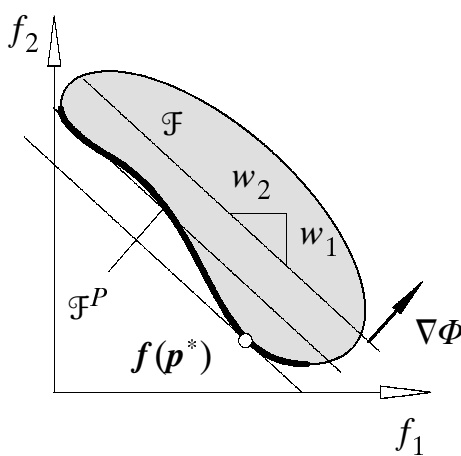


Bild 3.13: Gewichtete Kriterien

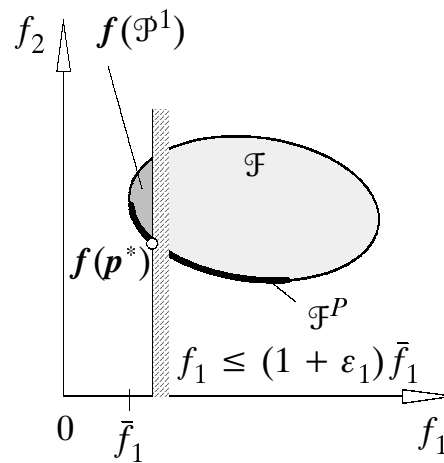


Bild 3.14: Hierarchische Optimierung

- *Zieloptimierung*

Eine Kombination aus Kompromiss-Methode und hierarchischer Optimierung ist die Zieloptimierung. Wie bei der Kompromiss-Methode sind dabei Schranken oder Ziele \hat{f} vorzugeben. In einer sequentiellen Optimierung werden die Kriterien nacheinander entsprechend ihrer Priorität minimiert, bis sie die Zielvorgaben erfüllen. In den weiteren Schritten werden die bereits erreichten Ziele als Nebenbedingungen berücksichtigt. Durch das rekursive Vorgehen erhält der Anwender sofort eine Rückmeldung, wenn zu strenge Schranken vorgegeben werden und das Ziel nicht realisierbar ist. Diese Methode liefert jedoch im Allgemeinen keinen einzelnen Pareto-optimalen Punkt, sondern definiert eine Menge

$$\mathcal{K}(\hat{p}) := \{f \in \mathbb{R}^n \mid f \leq f(\hat{p})\}, \quad (3.70)$$

die durch den Kegel \mathcal{K} im Zielpunkt $\hat{f} = f(\hat{p})$ festgelegt ist und auch nicht optimale Entwürfe enthält, Bild 3.15.

- *Distanz-Methoden*

Eine weitere Möglichkeit bieten Distanz-Methoden, bei denen der Abstand zu einer Ideallösung f^0 minimiert wird, z. B. STADLER [91]. Mit den Skalierungsfaktoren w_i der einzelnen Kriterien lautet die Ersatzgütefunktion

$$\Phi(f) := \left[\sum_{i=1}^n \left| \frac{f_i(p) - f_i^0}{w_i} \right|^r \right]^{\frac{1}{r}}, \quad 1 \leq r < \infty, \quad w_i > 0. \quad (3.71)$$

Hier erhält man in Abhängigkeit der gewählten Metrik r eine einzelne Pareto-optimale Lösung, Bild 3.16. Weitere Punkte lassen sich durch anwenderdefinierte Änderungen des Bezugs f^0 oder der Skalierungsfaktoren w ermitteln. Die Wahl geeigneter Bezugspunkte f^0 muss aber der Bedingung (3.65) genügen, die für

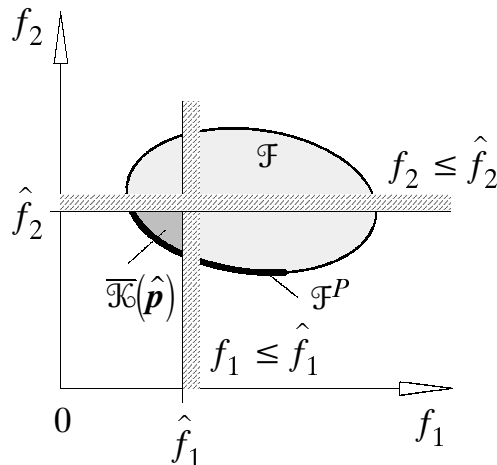


Bild 3.15: Zieloptimierung

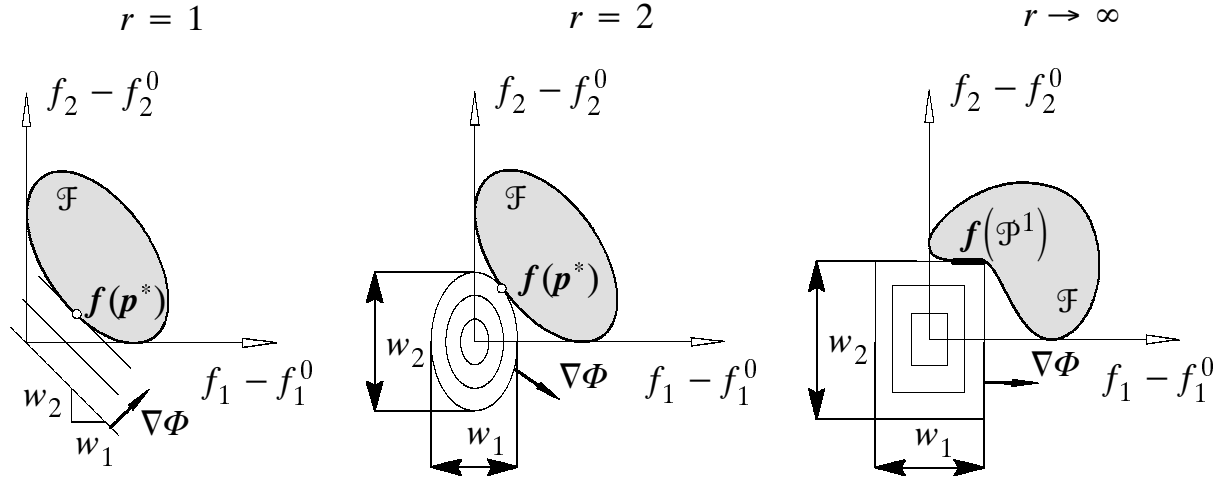


Bild 3.16: Distanz-Methoden mit unterschiedlichen Metriken

$$f_i^0 \leq \min_{p \in \mathcal{P}} f_i(p), \quad i = 1(1)n \quad (3.72)$$

in jedem Fall erfüllt ist. Durch Festlegung von Bezugspunkten, die nicht der Bedingung (3.72) genügen, kann die Minimierung von $\Phi(f)$ nicht-optimale Entwürfe liefern. Daher ist die Festlegung von f^0 nach (3.66) in Verbindung mit variablen Skalierungsfaktoren w zu bevorzugen.

Weitere Probleme können bei Verwendung der Maximumsnorm $r \rightarrow \infty$ auftreten, welche die Bedingung $f^1 < f^2 \Leftrightarrow \Phi(f^1) < \Phi(f^2)$ nicht erfüllt. In diesem Fall kann die Minimierung von (3.71) eine Teilmenge $\mathcal{P}^1 \subset \mathcal{P}$ von Parameterpunkten als Ergebnis liefern, die nicht alle Pareto-optimal sind. Dann sind die erhaltenen Lösungen rekursiv weiter einzuschränken, BESTLE [5].

- *Min-Max-Methoden*

Verwendet man in (3.71) die Maximumsnorm ohne Betragsbildung so lautet die zu minimierende skalare Ersatzfunktion

$$\Phi(f) := \max_i z_i \quad \text{mit } z_i := \frac{f_i(p) - f_i^0}{w_i}, \quad w_i > 0. \quad (3.73)$$

Für die numerische Lösung mit Hilfe modellbasierender Verfahren ist es günstig, Min-Max-Probleme durch Einführung eines zusätzlichen Optimierungsparameters p_{h+1} in ein Standardproblem der Parameteroptimierung zu überführen:

$$\min_{\bar{p} \in \bar{\mathcal{P}}} p_{h+1} \text{ mit}$$

$$\bar{\mathcal{P}} := \left\{ \bar{p} = \begin{bmatrix} p \\ p_{h+1} \end{bmatrix} \in \mathcal{P} \times \mathbb{R} \mid z_i(p) - p_{h+1} \leq 0, i = 1(1)n \right\}. \quad (3.74)$$

Durch Einsetzen der Definition (3.73) für z_i erhält man für die Nebenbedingungen (3.74) die vektorielle Darstellung

$$f \leq f^0 + p_{h+1} w, \quad (3.75)$$

die sich gut geometrisch veranschaulichen lässt, ESCHENAUER [22]. Im Verlauf der Optimierung wird ein Kegel so weit entlang der Geraden $f^0 + p_{h+1} w$ verschoben, wie zulässige Punkte im Kegel enthalten sind. Durch Variation von Bezugspunkt f^0 und Skalierungsfaktoren w lassen sich verschiedene Pareto-optimale Entwürfe finden, Bild 3.17. Wie bei den Distanz-Methoden besteht eine Schwierigkeit bei der Anwendung der Min-Max-Methoden in der Festlegung eines geeigneten Bezugspunkts f^0 , da der ideale Punkt nach (3.66) im Vorfeld der Optimierung meist nicht bekannt ist und erst durch eine numerische Optimierung ermittelt werden muss.

Verletzt der gewählte Bezugspunkt die Ungleichung (3.72), so können durch Variation der Gewichtungsfaktoren wegen $w_i > 0$ möglicherweise nicht alle Pareto-optimalen Punkte gefunden werden. Deshalb sollte der Bezugspunkt kleiner als der ideale Punkt sein. Oft ist auf Grund der Definition eine untere Schranke der Kriterien bekannt, die dann als Bezugspunkt festgelegt werden kann.

Im Gegensatz zu den Distanz-Methoden ist es bei den Min-Max-Methoden nicht notwendig, dass der Bezugspunkt f^0 außerhalb der zulässigen Punkte liegt. Wählt man als Bezugspunkt den idealen Punkt nach (3.66), so wird der zusätzliche Parameter $p_{h+1} > 0$ sein. Handelt es sich beim Bezugspunkt f^0 um einen nicht-idealen zuläs-

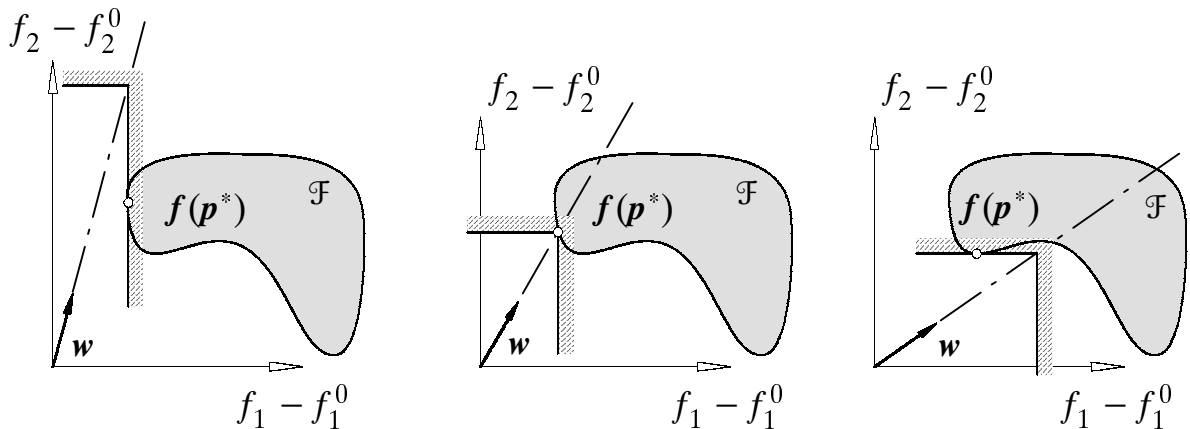


Bild 3.17: Min-Max-Methode

sigen Punkt, so gibt es zulässige Punkte $f < f^0$ und die Lösung führt auf $p_{h+1} < 0$. In diesem Fall spricht man auch von einer Übererfüllung des Ziels. Eine mögliche Wahl für f^0 stellt der Startentwurf dar. Bei dieser Festlegung entspricht der Vektor der Skalierungsfaktoren w einer Suchrichtung für Pareto-optimale Entwürfe.

Ein Vorteil der Min-Max-Methoden gegenüber den Distanz-Methoden ist die Eigenschaft, unabhängig von der Wahl der Bezugspunkte und Skalierungsfaktoren ausschließlich Pareto-optimale Ergebnisse zu liefern. Allerdings liegen nicht alle der gefundenen Optima auf der Geraden entlang w durch f^0 . Falls der Punkt $f^0 + p_{h+1}^* w$ nicht zulässig ist, handelt es sich bei der Lösung des Optimierungsproblems (3.73) um einen Grenzwert der Pareto-optimalen Menge, Bild 3.17. In diesem Fall ist mindestens eine Nebenbedingung von (3.74) inaktiv.

4 Optimierungsumgebung

Im vorangehenden Kapitel wurden mit der Definition geeigneter Gütekriterien zur Beurteilung dynamischer Systeme, den unterschiedlichen skalaren Algorithmen sowie den Methoden zur Reduktion von Mehrkriterienoptimierungsproblemen auf skalare Optimierungsprobleme die wesentlichen Elemente für eine rechnergestützte Optimierung zusammengestellt. Für die Entwicklung einer benutzerfreundlichen Softwareumgebung reicht das bloße Zusammenfügen dieser Komponenten allerdings nicht aus. Zusätzlich muss das Programm einfach an allgemeine Problemstellungen angepasst werden können. Nicht nur Gütefunktionen auf der Basis von Berechnungen und Simulationen, sondern auch aus Messungen ermittelte Kriterienwerte sollen verwendet werden. Letzteres führt auf Grund des unvermeidbaren Messrauschens zu Schwierigkeiten bei der Empfindlichkeitsanalyse. Deshalb werden in den folgenden Abschnitten nach einer Definition allgemeiner Anforderungen zunächst spezielle Verfahren der Empfindlichkeitsanalyse auf Basis von Berechnungen dargestellt, die zum Teil auf durch Rechenungenauigkeiten verrauschte Kriterien abgestimmt sind. Eine Erweiterung dieser Verfahren bildet schließlich das Approximationsverfahren, das in dieser Arbeit für experimentenbasierende Optimierungsprobleme verwendet werden soll.

4.1 Anforderungen an eine Optimierungsumgebung

Für eine gute Akzeptanz durch den Anwender muss die eingesetzte Optimierungsumgebung zwei wesentliche Funktionen erfüllen: Zum einen ist eine zuverlässige Konvergenz der im Hintergrund arbeitenden Algorithmen notwendig, zum anderen eine einfache Bedienbarkeit verbunden mit einer möglichst graphischen Information über den Optimierungsfortschritt.

Die in den Optimierungsalgorithmen üblicherweise verwendeten Kriterien für den erfolgreichen Abbruch der numerischen Optimierungsiteration beruhen auf anwender-vorgegebenen Genauigkeitsschranken für Kriterien, Nebenbedingungen und Minimierer. Enge Toleranzgrenzen führen zu exakten Ergebnissen auf Kosten vieler Iterationsschritte. Dies ist in der Praxis jedoch wenig sinnvoll, denn bei einer modellbasierenden Optimierung führen Ungenauigkeiten bei der Modellbildung bzw. Toleranzen

bei der technischen Realisierung ohnehin zu Abweichungen zwischen Berechnung und realem System. Wird die Optimierung auf Basis von Messungen an mechatronischen Systemen oder Experiment-gekoppelten Simulationen durchgeführt, so macht das Rauschen des Messsignals die exakte Bestimmung des Minimierers und damit die Einhaltung enger Toleranzen unmöglich und bewirkt meist einen enttäuschenden Iterationsabbruch. Im Gegensatz zu mathematischen Optimierungsproblemen, bei denen ein exakter Minimierer und das zugehörige Minimum gefordert sind, ist in der technischen Praxis damit die Ermittlung eines beinahe optimalen Punkts in der Regel ausreichend. Besonders vor dem Hintergrund, dass zusätzliche Iterationsschleifen eine in vielen Fällen zeitaufwendige und rechenintensive Ermittlung von Kriterienwerten erfordern, sollten die Abbruchkriterien vernünftig und nicht zu streng gewählt werden.

Bei der Optimierung realer Teilkomponenten oder Systeme sind kritische Zustände, die zur Gefährdung der Umwelt oder zur Selbstzerstörung des HiL-Experiments führen, zu vermeiden. Ursache solcher Effekte können z. B. instabile Reglerparameter mechatronischer Systeme oder auch ungünstige Werte der Entwurfparameter bei Experiment-gekoppelten Simulationen sein. Im einfachsten Fall sind kritische Zustände durch die Wahl entsprechender Schranken für die Entwurfparameter auszuschließen. In der Regel sind solche Schranken a priori jedoch nicht bekannt, so dass ein solches Vorgehen nicht generell anwendbar ist. In diesen Fällen sollte der Anwender zusätzliche Kriterien definieren, durch welche ein Stabilitätsmaß des Versuchs festgelegt ist. Die Einführung dieser Kriterien als Nebenbedingungen zwingt den Algorithmus, instabile Zustände auszuschließen. Allerdings bestimmt der Algorithmus jeweils den verbesserten Entwurf auf Basis von Approximationen für Kriterien und Nebenbedingungen. Sind diese Approximationen ungenau, so kann der vorgeschlagene neue Entwurf gemessen am realen System unzulässig sein und die Sicherheits-Nebenbedingungen verletzen. Zudem erlauben viele Optimierungsalgorithmen durchaus eine Verletzung von Nebenbedingungen auf Kosten eines Gütefunktionsgewinns und erfüllen diese erst in der Endphase der Konvergenz. Um die Gefahr instabiler Systemzustände zu vermeiden, sollte daher zusätzlich zur Einführung der Sicherheits-Nebenbedingungen die maximale Parameteränderung je Iterationsschritt begrenzt werden, damit sich sicherheitsgefährdende Systemzustände langsam ankündigen und man von außen rechtzeitig eingreifen kann. Der Preis für den Gewinn an Sicherheit durch eine solche Schrittweitenbegrenzung sind eventuell zusätzliche Iterationsschritte und damit verbundene Kriterienauswertungen auf dem Weg zum optimalen Entwurf.

Die Mehrkriterienoptimierung ist keine Aufgabe, die allein dem Computer überlassen werden kann, denn im Verlauf der Optimierung müssen sich Optimierungsphasen

und Entscheidungsphasen abwechseln. Während der Computer die Ermittlung Pareto-optimaler Entwürfe übernimmt, hat der Anwender auf Grund der Mehrdeutigkeit der optimalen Lösung das vorgeschlagene Ergebnis zu beurteilen und Vorgaben für weitere Optimierungsschritte an die Mehrkriterienoptimierungssoftware zu übergeben, Bild 4.1. Im Laufe der Optimierung lernt der Anwender das zu optimierende System besser verstehen und erkennt Widersprüchlichkeiten zwischen Kriterien, die a priori vielleicht nicht bekannt waren. Schließlich kann er mit Kenntnis der Verbesserungsmöglichkeiten einzelner Kriterien auf Kosten anderer die verschiedenen Aspekte abwägen und sich für einen Pareto-optimalen Entwurf entscheiden.

Wesentlicher Bestandteil einer Computer-Anwender Schnittstelle ist die grafische Darstellung von Parametern und Kriterien. In jedem Iterationsschritt sollte der Nutzer über den Fortschritt der Optimierung informiert werden, um die Optimierung gegebenenfalls abbrechen zu können. Ebenso kann die abschließende Entscheidung für einen bestimmten Pareto-optimalen Entwurf mit grafischen Hilfsmitteln unterstützt werden, STEUER [93].

Der numerische Aufwand der Optimierung steigt je nach verwendetem Verfahren linear oder quadratisch mit der Anzahl der Optimierungsparameter an. Daher ist es nicht sinnvoll, die Optimierung immer mit allen veränderlichen Parametern durchzuführen, sondern man sollte die Anzahl der Parameter auf die wesentlichen reduzieren. WIMMER [101] schlägt für diese Auswahl ein Screening der Variablen vor, das auf den Methoden der Versuchsplanung beruht, HICKS UND TURNER [37]. Eine andere Möglichkeit bieten die Gradienten für den momentanen Entwurf als Auswahlkriterium für relevante Parameter.

Um bei der Auswahl der relevanten Parameter flexibel zu sein, sollte das Programm die Möglichkeit bieten, zwischen aktiven und passiven Parametern zu unterscheiden. Analog ist auch bei der Zuordnung von Kriterien als Gütefunktion oder Nebenbedin-

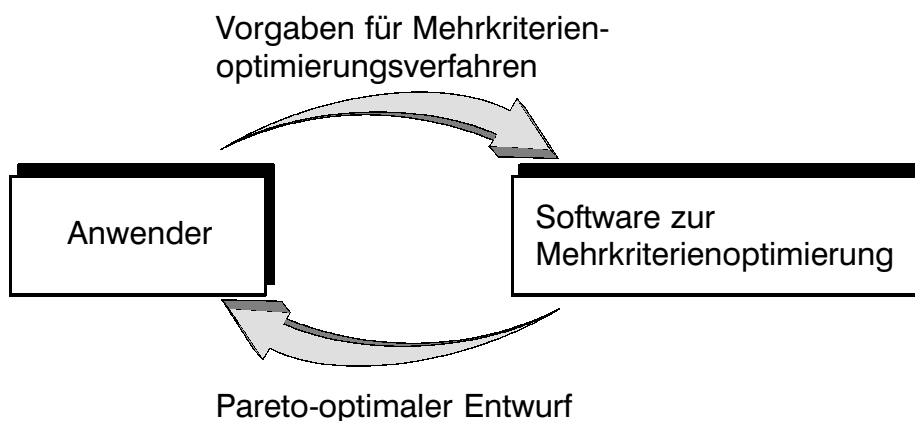


Bild 4.1: Iteratives Vorgehen bei der Mehrkriterienoptimierung

gung eine Änderung durch den Nutzer in jedem Vektorkriterienoptimierungsschritt vorzusehen.

Die in Abschnitt 3.1 zusammengestellten Gütekriterien dynamischer Systeme beruhen auf sehr unterschiedlichen Berechnungsverfahren: Je nach System können rein algebraische explizite Gleichungen, Eigenwertprobleme, Frequenzganguntersuchungen, Simulationen oder Messungen der Bestimmung von Kriterien zu Grunde liegen. Deshalb muss der Anwender bei der Definition der Kriterien möglichst frei sein. Vor diesem Hintergrund bietet die Softwarefamilie MATLAB [9] eine günstige Voraussetzung: Viele Berechnungsverfahren wie Eigenwertlöser und numerische Integratoren sind dort implementiert, für spezielle Berechnungen wie Finite Elemente oder Frequenzganguntersuchungen existieren entsprechende Erweiterungen, und letztendlich ist die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzte Echtzeitsimulationsumgebung mit Hilfe von MATLAB-Befehlen beeinflussbar, HANSELMANN [33]. Des Weiteren können auch beliebige andere externe Programme gestartet werden, deren Ergebnisse dann in Kriterien eingehen können.

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Mehrkriterienoptimierungsumgebung entwickelt, die diesen Anforderungen Rechnung trägt. Bild 4.2 zeigt den Aufbau der Softwareumgebung: Vom Anwender sind Informationen über die Parameter und Kriterien

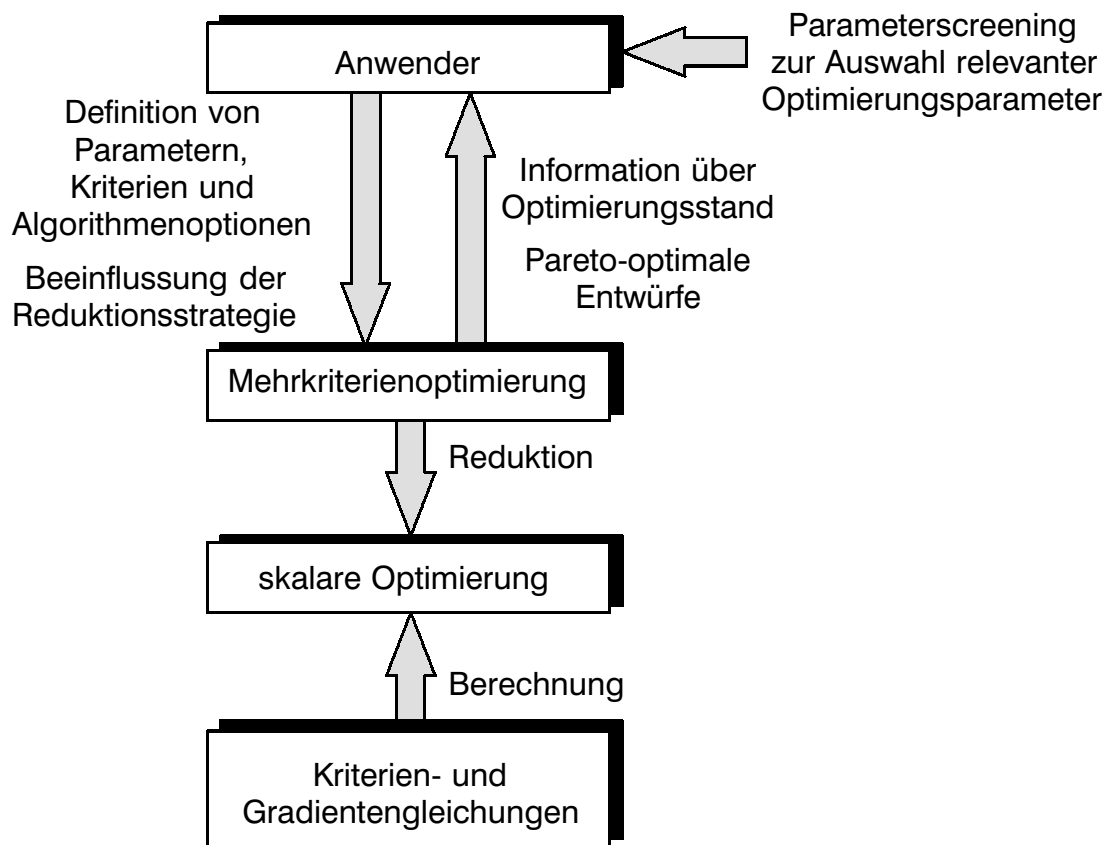


Bild 4.2: Aufbau der Softwareumgebung zur Mehrkriterienoptimierung

sowie spezielle Optionen zu den verwendeten Algorithmen bereitzustellen. Die Berechnung der Kriterien in Abhängigkeit der Parameter ist in einem Unterprogramm festzulegen. Bei der Verwendung von Gradientenverfahren zur Lösung des skalaren Optimierungsproblems muss zusätzlich eine Funktion zur Berechnung der Gradienten programmiert werden, wenn nicht auf programminterne Algorithmen zur Abschätzung des Gradienten aus Kriterienauswertungen zurückgegriffen wird. Die Optimierungsumgebung umfasst Programme zur Unterstützung des Anwenders bei der Auswahl relevanter Parameter, verschiedene Ansätze zur Reduktion des Vektroptimierungsproblems auf ein skalares Problem, sowie mehrere skalare Optimierungsalgorithmen. Die Auswahl der Reduktionsstrategie erfolgt in Interaktion mit dem Anwender.

4.2 Methoden zur Empfindlichkeitsanalyse

In vielen technischen Anwendungen ist die Berechnung der Kriterien sehr zeitintensiv: Bei Mehrkörpersystemen ist eine numerische Integration der Bewegungsgleichungen auszuführen, bei Finite Elemente Systemen ein allgemeines Eigenwertproblem zu lösen, und bei Hardware-in-the-Loop Simulationen ein Experiment durchzuführen. Vor diesem Hintergrund sollten effiziente Optimierungsalgorithmen eingesetzt werden, die mit möglichst wenigen Kriterienauswertungen rasch konvergieren. Numerische Untersuchungen haben gezeigt, dass Algorithmen, die außer dem Kriterienwert auch Gradienteninformationen auswerten, wesentlich besser konvergieren als Verfahren, welche ausschließlich Kriterien verwenden. Während bei expliziten Kriterien der Gradient ohne Schwierigkeiten durch analytisches Differenzieren exakt angegeben werden kann, ist das Vorgehen bei Kriterien, welche nur implizit über Berechnungsverfahren oder Messungen von den Entwurfsvariablen abhängen, weit schwieriger.

Ein grundsätzlich immer durchführbares und daher häufig angewandtes Verfahren zur Bestimmung der Gradienten ist die numerische Differentiation. Dazu wird die Funktion v zusätzlich zum Referenzpunkt \mathbf{p}_0 an weiteren Punkten $(\mathbf{p}_0 + D\mathbf{p})$ mit verschiedenen Parameterstörungen $D\mathbf{p}$ ausgewertet. Aus der Taylorreihenentwicklung um den Referenzpunkt

$$\begin{aligned}
 v(\mathbf{p}_0 + D\mathbf{p}) &= v(\mathbf{p}_0) + \left. \frac{dv}{d\mathbf{p}}^T \right|_{\mathbf{p}_0} D\mathbf{p} + \frac{1}{2} D\mathbf{p}^T \left. \frac{d^2v}{d\mathbf{p} d\mathbf{p}} \right|_{\mathbf{p}_0} D\mathbf{p} + \dots \\
 &\approx v(\mathbf{p}_0) + \nabla v^T(\mathbf{p}_0) D\mathbf{p}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

erhält man speziell durch die Wahl von h Parameterstörungen $Dp e_k$, $k = 1(1)h$, direkte Bestimmungsgleichungen für die entsprechenden Komponenten des Gradientenvektors:

$$\left. \frac{dv}{dp_k} \right|_{p_0} = \nabla v_{0k} \approx \frac{v(p_0 + Dp e_k) - v(p_0)}{Dp}, \quad k = 1(1)h. \quad (4.2)$$

Schwierigkeiten bereitet die Wahl einer optimalen Parameterstörung Dp : Bei kleinen Werten wird die numerische Berechnung auf Grund von Auslöschungsfehlern ungenau, zu große Parameterstörungen führen zu Approximationsfehlern durch Vernachlässigung quadratischer und höherer Terme bei der Taylorreihenentwicklung. GILL [28] gibt Empfehlungen für optimale Parameterstörungen an, die jedoch mit sehr hohem numerischen Aufwand verbunden sind, so dass die Parameterstörung in der Praxis durch den Anwender vorgegeben werden muss.

Ein Nachteil der Differenzenformel (4.2) ist die auf dem Approximationsfehler beruhende Ungenauigkeit des Verfahrens. Bei einer Taylorreihenentwicklung bis zu quadratischen Gliedern erhält man aus der Differenz

$$\begin{aligned} & v(p_0 + Dp e_k) - v(p_0 - Dp e_k) \\ & \approx v(p_0) + \nabla v^T(p_0) Dp + \frac{1}{2} Dp^T \nabla^2 v(p_0) Dp \\ & \quad - \left(v(p_0) - \nabla v^T(p_0) Dp + \frac{1}{2} Dp^T \nabla^2 v(p_0) Dp \right) \\ & = 2 \nabla v^T(p_0) Dp \end{aligned} \quad (4.3)$$

Gleichungen für zentrale Differenzen

$$\left. \frac{dv}{dp_k} \right|_{p_0} \approx \frac{v(p_0 + Dp e_k) - v(p_0 - Dp e_k)}{2Dp}, \quad k = 1(1)h, \quad (4.4)$$

die zwar eine höhere Genauigkeit bieten, jedoch doppelt so viele Funktionsauswertungen benötigen.

Um die Nachteile der Gradientenbestimmung durch numerische Differentiation zu umgehen, wurden in einigen Fachgebieten semi-analytische Verfahren entwickelt. Diese Verfahren sind jedoch auf spezielle Kriterientypen begrenzt.

Für die Analyse von Mehrkörpersystemen gibt es zwei solche Verfahren: Die Direkte Methode und die Adjungierte Variablen Methode, BESTLE [5]. Beide beruhen auf Gütefunktionalen der Form

$$v = G^1(t^1, y^1, z^1, p) + \int_{t^0}^{t^1} F(t, y, z, \dot{z}, p) dt, \quad (4.5)$$

wobei G^1 den Zustand am Ende der Simulation und F das dynamische Verhalten des Systems beurteilt. Berücksichtigt man ausschließlich die unabhängigen Parameter \mathbf{p} , so gilt für die Änderung eines Kriterienwerts bei Variation der Entwurfsparemeter allgemein

$$b_v = \frac{dv}{d\mathbf{p}}^T b\mathbf{p} = \nabla_v^T b\mathbf{p}. \quad (4.6)$$

Durch Vergleich mit der Variation von Gleichung (4.5)

$$b_v = b_v(b\mathbf{p}, bt^1, by^1, bz^1, by, bz, b\dot{z}) \quad (4.7)$$

lässt sich der Gradient finden, allerdings erhält man zunächst zusätzliche abhängige Variationen der Zustände y , z , \dot{z} und der Endzeit t^1 , die erst eliminiert werden müssen. Die dazu erforderlichen Gleichungen liefert die Variation der systembeschreibenden Differentialgleichungen, der Anfangsbedingungen, sowie der Endbedingung, welche durch Gleichungssysteme der Form

$$Aby = \mathbf{0} \quad (4.8)$$

bzw. entsprechende Differentialgleichungen für die zeitveränderlichen Variationen beschrieben werden, wenn alle Variationen im Vektor $b\mathbf{y}$ zusammengefasst sind.

Bei der Direkten Methode erhält man aus diesen zusätzlichen Gleichungen Bedingungen für die abhängigen Variationen, die durch Auflösen und Einsetzen in (4.7) eine Elimination der abhängigen Variationen ermöglichen. Somit ist die Variation des Kriteriums nur noch von der Variation der Entwurfsparemeter abhängig und der Gradient kann aus einem Vergleich von (4.6) mit (4.7) ermittelt werden. Dabei ist zu beachten, dass die Koeffizienten A_{ij} des Gleichungssystems zustandsabhängig sind. Die daraus resultierenden Differentialgleichungen können jedoch parallel zur Lösung der Systemgleichungen integriert werden. Dieses Verfahren ist im Gegensatz zur Gradientenbestimmung durch numerische Differentiation exakt. Der numerische Aufwand ist jedoch zur Anzahl der Entwurfsvariablen proportional, so dass die Methode für Optimierungsaufgaben mit einer großen Anzahl von Entwurfsparemetern ungeeignet erscheint.

Während die zusätzlichen Gleichungen (4.8) bei der Direkten Methode zur Elimination der unabhängigen Variationen in (4.7) verwendet werden, betrachtet man sie bei der Adjungierte Variablen Methode als erfüllte Nebenbedingungen. Somit kann (4.8) mit beliebigen Lagrange Multiplikatoren λ , den Adjungierten Variablen, multipliziert und zu (4.7) addiert werden, ohne den Wert der Variation b_v zu ändern:

$$b_v + \lambda^T Aby = \nabla_v^T b\mathbf{p}. \quad (4.9)$$

Die dadurch geschaffenen zusätzlichen Freiheiten in den Koeffizienten der abhängigen Variationen können durch geeignete Wahl von λ für die Elimination der abhängigen Variationen benutzt werden. Damit erhält man Gleichungen für die Adjungierten Variablen und die Bestimmungsgleichung für den Gradienten. Die Methode hat den Vorteil, dass der numerische Aufwand beinahe unabhängig von der Anzahl der Entwurfparameter ist. Bei der algorithmischen Umsetzung tritt jedoch die Schwierigkeit auf, dass die adjungierten Differentialgleichungen durch Rückwärtsintegration zu lösen sind. Die entsprechenden Beziehungen findet man bei BESTLE [5].

Auch für die Analyse von Finite Elemente Systemen existieren semi-analytische Verfahren, die z. B. bei statischen Problemen, Eigenwertuntersuchungen, thermischen Berechnungen und Beulproblemen eingesetzt werden können. Das Vorgehen soll hier am Beispiel des Eigenwertproblems demonstriert werden, weitere Verfahren findet man z. B. bei OLHOFF UND LUND [69].

Die Eigenfrequenzen t_j eines ungedämpften linearen Systems ergeben sich aus dem Eigenwertproblem

$$\mathbf{K} \tilde{\mathbf{y}}_j = j_j \mathbf{M} \tilde{\mathbf{y}}_j, \quad j_j := t_j^2, \quad j = 1(1)f. \quad (4.10)$$

Vereinfachend sei angenommen, dass alle Eigenwerte nur einfach auftreten. Als Optimierungskriterium sei die Eigenfrequenz gewählt, $v = t_j$, so dass der Gradient $\nabla v = dt_j/d\mathbf{p}$ gesucht ist. Die Parameter des Systems sind in der Massenmatrix und Steifigkeitsmatrix enthalten. Somit liefert die Ableitung des Eigenwertproblems nach der k -ten Entwurfsvariablen

$$\frac{d\mathbf{K}}{dp_k} \tilde{\mathbf{y}}_j + (\mathbf{K} - j_j \mathbf{M}) \frac{d\tilde{\mathbf{y}}_j}{dp_k} = \frac{dj_j}{dp_k} \mathbf{M} \tilde{\mathbf{y}}_j + j_j \frac{d\mathbf{M}}{dp_k} \tilde{\mathbf{y}}_j, \quad j = 1(1)f, \quad k = 1(1)h. \quad (4.11)$$

Durch Linksmultiplikation mit $\tilde{\mathbf{y}}_j^T$ verschwindet auf Grund der Symmetrie von $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T$ und $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T$ der Term $\tilde{\mathbf{y}}_j^T (\mathbf{K} - j_j \mathbf{M})$ entsprechend Gleichung (4.10) und somit die Empfindlichkeit der Eigenvektoren. Bei Verwendung massennormierter Eigenvektoren, d. h. $\tilde{\mathbf{y}}_j^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{y}}_j = 1$, erhält man

$$\frac{dj_j}{dp_k} = \tilde{\mathbf{y}}_j^T \left(\frac{d\mathbf{K}}{dp_k} - j_j \frac{d\mathbf{M}}{dp_k} \right) \tilde{\mathbf{y}}_j \quad (4.12)$$

für die Abhängigkeit der Eigenwerte von den Entwurfsvariablen. Damit kann der Gradient

$$\nabla_{v_k} = \frac{dt_j}{dp_k} = \frac{dt_j}{dj_j} \frac{dj_j}{dp_k} = \frac{1}{2\sqrt{j_j}} \tilde{\mathbf{y}}_j^T \left(\frac{d\mathbf{K}}{dp_k} - j_j \frac{d\mathbf{M}}{dp_k} \right) \tilde{\mathbf{y}}_j \quad (4.13)$$

berechnet werden, wenn die Empfindlichkeiten von Steifigkeits- und Massenmatrix bekannt sind. Bei Anwendung auf Finite Elemente Systeme ist eine exakte Berechnung der Empfindlichkeiten $d\mathbf{K}/dp_k$ und $d\mathbf{M}/dp_k$ möglich, wenn die lokalen Empfindlichkeiten $d\mathbf{K}_i/dp_k$ und $d\mathbf{M}_i/dp_k$ der einzelnen Finiten Elemente bekannt sind. Die globalen Empfindlichkeiten erhält man dann analog zu den globalen Systemmatrizen durch Addition der mit den entsprechenden Jacobimatrizen bewerteten lokalen Empfindlichkeiten. Ist eine analytische Berechnung der in (4.13) benötigten Gradienten nicht möglich, lassen sie sich durch numerische Differentiation mit den bereits erwähnten Schwierigkeiten ermitteln. Im Gegensatz zur Bestimmung des Gradienten $\nabla v = dt_j/d\mathbf{p}$ mittels finiter Differenzen für die Eigenfrequenzen selbst, bei denen jeweils das Eigenwertproblem (4.10) gelöst werden muss, ergibt sich mit (4.13) insbesondere bei großen Systemen eine enorme Rechenzeiterparnis.

Voraussetzung für die Anwendbarkeit der semi-analytischen Verfahren ist die Verwendung vordefinierter Kriterientypen. Weiterhin muss beispielsweise bei der Simulation von Mehrkörpersystemen eine geschlossene analytische Form der Systemgleichungen inklusive der Kraftgesetze vorliegen. In der Praxis werden komplexe Kraftgesetze jedoch zweckmäßigerweise in speziellen Unterprogrammen abgelegt, die an entsprechender Stelle vom Simulationsprogramm aufgerufen werden. In solchen Fällen wird die Anwendung semi-analytischer Verfahren aufwendig und schwierig. Einen Ausweg bieten dann Verfahren zum Automatischen Differenzieren, GRIEWANK ET AL. [31]: Liegen alle Berechnungsvorschriften samt dem Algorithmus zur Integration der Differentialgleichungen bzw. dem Eigenwertlöser als FORTRAN- oder C-Quell-Code vor, so kann diese Sammlung aus verschiedensten Unterprogrammen durch Algorithmen des Automatischen Differenzierens nach vorgegebenen Entwurfsvariablen abgeleitet werden, EBERHARD [21]. Durch dieses automatisierte Vorgehen ist der Anwender nicht an bestimmte Kriterienformulierungen bei der Optimierung von Mehrkörpersystemen oder Finite Elemente Systemen gebunden, sondern er kann die Kriterien völlig frei festlegen.

Bei einer Kopplung von Experiment und Simulation können weder semi-analytische Verfahren noch das Automatische Differenzieren eingesetzt werden, da die Kriterien nicht nur von den Simulationsgleichungen, sondern auch vom nicht exakt bekannten dynamischen Verhalten der angeschlossenen Hardware abhängen. Eine weitere Schwierigkeit bringt das Rauschen von Messsignalen mit sich, welches entweder direkt oder implizit über die gekoppelte Simulation in die Ermittlung der Gütekriterienwerte eingeht. Ein Rauschen der Gütefunktionswerte kann aber auch bei reinen Berechnungen auftreten und zu lokalen Minima führen: Werden bei der numerischen Integration der Bewegungsgleichungen Verfahren mit Schrittweitensteuerung eingesetzt, so kann der Algorithmus der Schrittweiten-Kontrolle bei Parametervariation zu

unstetigen Kriterienwerten führen. Von diesem Standpunkt aus sollte ein Integrationsverfahren mit fixer Schrittweite verwendet werden, allerdings mit dem Nachteil, dass keine Fehlerkontrolle durchgeführt wird und die numerische Integration ineffizient arbeitet, HAIRER ET AL. [32]. Sollen steife Differentialgleichungssysteme gelöst werden, kann auf eine Schrittweitensteuerung keinesfalls verzichtet werden, da sie für eine numerisch stabile Integration unbedingt notwendig ist, BIRAN UND BREINER [10]. Da der Einsatz von Simulationen zur Optimierung dynamischer Systeme weit verbreitet ist, existieren bereits einige Ansätze für den Umgang mit verrauschten Kriterienwerten: CHOI UND KELLEY [15] schlagen die Verwendung eines impliziten Filters (*Implicit Filtering*) zur Glättung des Rauschens vor, ETMAN [24] und TOROPOV ET AL. [96] bevorzugen das Ersetzen der Gütefunktion innerhalb eines gegebenen Gültigkeitsbereichs durch eine Mehrpunkt-Approximation (*Multi-Point Approximation*).

Grundlage des *Implicit Filtering* ist die numerische Differentiation. Wie bereits erwähnt sollte zur Reduzierung des Approximationsfehlers die Parameterstörung möglichst klein gewählt werden. Dieses Vorgehen führt jedoch häufig zur Konvergenz in einem lokalen Minimum. Durch die Wahl großer Parameterstörungen werden diese lokalen Minima ausgeblendet, Bild 4.3. Damit verbundene Ungenauigkeiten im Gradienten durch einen größeren Approximationsfehler führen in den ersten Iterationsschritten zu keinen nennenswerten Schwierigkeiten, sie erweisen sich jedoch für die Konvergenz des Optimierungsverfahrens als störend. Daher wird beim *Implicit Filtering* die Parameterstörung schrittweise verringert. Allerdings bietet das beschriebene Vorgehen keine Garantie für das Überspringen lokaler Minima und die Konvergenz im globalen Minimum. Ebenso wie lokale Minima kann schließlich auch das globale Minimum übersprungen werden und der Algorithmus letztlich doch in einem lokalen Minimum konvergieren.

Bei der *Multi-Point Approximation* wird zunächst ein Vektor der Systemantworten q definiert, der implizit von den Entwurfsvariablen p abhängt. Auf dieser Basis wird die

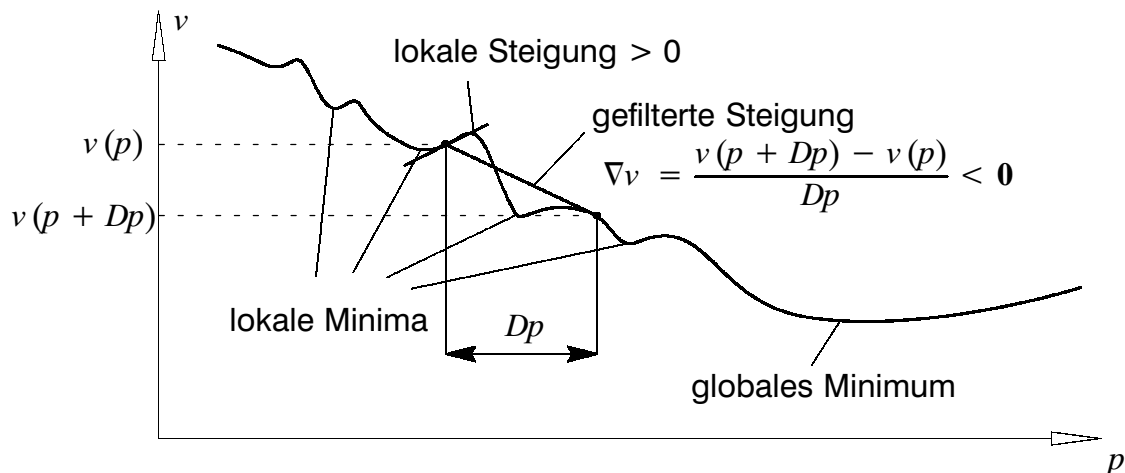


Bild 4.3: Ausblenden lokaler Minima beim *Implicit Filtering*

implizit von den Entwurfparametern abhängige Gütefunktion $v(\mathbf{p})$ durch eine explizit nichtlinear von den Systemantworten \mathbf{q} abhängige Funktion $v(\mathbf{q})$ ersetzt. Somit gilt für den Gradienten

$$\nabla v_k = \frac{dv}{d\mathbf{q}}^T \frac{d\mathbf{q}}{dp_k}, \quad k = 1(1)h, \quad (4.14)$$

wobei der erste Term analytisch aus den expliziten Abhängigkeiten $v(\mathbf{q})$ ermittelt werden kann und der zweite Term aus einer Approximation der Systemantworten abzuschätzen ist. Vereinfachend wird angenommen, dass die approximierten Systemantworten $\tilde{\mathbf{q}}$ in einem begrenzten Parameterbereich ausreichend genau durch die Linearisierung der Systemantworten \mathbf{q}

$$\mathbf{q}(\mathbf{p}) \approx \tilde{\mathbf{q}}(\mathbf{p}) = \mathbf{q}_0 + \frac{d\mathbf{q}}{d\mathbf{p}^T} \mathbf{p} \quad (4.15)$$

beschrieben werden können. Dann gilt für den Gradienten näherungsweise

$$\nabla v_k \approx \frac{dv}{d\mathbf{q}}^T \frac{d\tilde{\mathbf{q}}}{dp_k}, \quad k = 1(1)h. \quad (4.16)$$

Der wesentliche Vorteil dieses Vorgehens ist, dass die linearisierten Systemantworten in der Regel in einem wesentlich größeren Parameterbereich gültig sind als eine Linearisierung der Kriterien selbst. Wenn die Größe des Gültigkeitsbereichs festgelegt ist, kann eine Optimierung mit der approximierten Gütefunktion $v(\tilde{\mathbf{q}})$ durchgeführt werden, ohne dass eine aufwendige Auswertung des Kriteriums $v(\mathbf{p})$ notwendig ist. Für die Größe des Gültigkeitsbereichs empfiehlt ETMAN das in Bild 4.4 dargestellte Vorgehen:

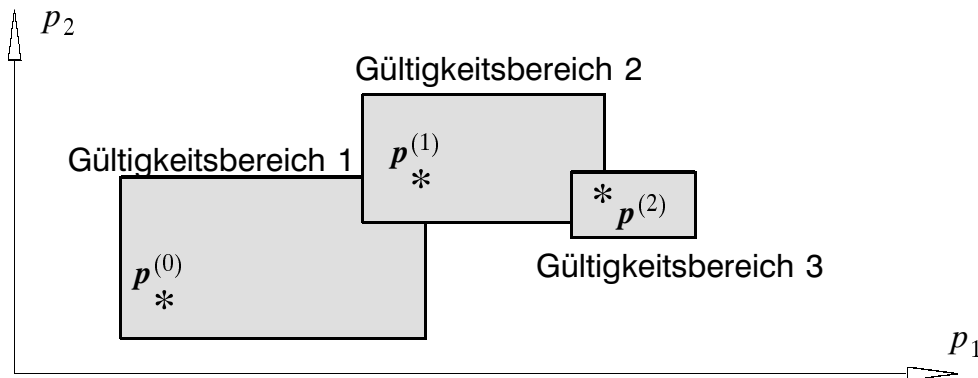


Bild 4.4: Typischer Verlauf der Multi-point Approximation nach Etman [24]

- ◆ Bereich wird verkleinert, falls der Approximationsfehler durch die Linearisierung groß im Vergleich zum Rauschanteil ist
- ◆ Bereich wird vergrößert, falls der Approximationsfehler klein im Vergleich zum Rauschanteil ist
- ◆ Bereich wird halbiert, falls sich der Kriterienwert nicht mehr stark verringert.

Ein Problem bei der Anwendung des Verfahrens ist, dass der durch numerische Fehler verursachte Rauschanteil meist nicht a priori bekannt ist, sondern durch viele Kriterienauswertungen ermittelt werden muss. Untersuchungen von ETMAN haben jedoch gezeigt, dass die Mehrpunkt-Approximation auch mit schlecht geschätzten Rauschanteilen ein zufrieden stellendes Konvergenzverhalten zeigt und wenige Kriterienauswertungen zur Ermittlung des Minimierers erforderlich sind.

4.3 Approximationsverfahren

Bei den modellbasierenden Optimierungsverfahren wird die Gütefunktion durch eine in den Entwurfsvariablen explizite Funktion approximiert. Dazu werden Funktionswert v , Gradient ∇v und eventuell Hesse-Matrix $\nabla^2 v$ im momentanen Parameterpunkt p ausgewertet. Anschließend wird die so ermittelte Funktion minimiert, ohne dass weitere Funktionsauswertungen erfolgen. Das Ergebnis dieser Minimierung dient dann als Startwert eines weiteren Iterationsschritts, der auf neuen Informationen über Funktionswert und Empfindlichkeiten aufbaut. Diese Verfahren konvergieren sehr rasch, wenn die Approximation eine gute Näherung der Gütefunktion darstellt. Da der Algorithmus in der Regel jedoch keine Information über den Gültigkeitsbereich der Näherung besitzt, kann der Minimierer der Approximation sogar eine Verschlechterung des tatsächlichen Kriterienwerts mit sich bringen. Dieses Problem wird beim SQP Verfahren durch die Liniensuche gelöst.

Durch die Einführung eines Gültigkeitsbereichs für die Approximation, wie sie bei der Mehrpunkt-Approximation verwendet wird, kann die Liniensuche vermieden werden. Dabei werden innerhalb des Gültigkeitsbereichs mehrere Kriterienauswertungen durchgeführt und mittels einer Regressionsanalyse Koeffizienten der Approximationslösung ermittelt. Typische Approximationen erhält man durch Entwicklung der Taylorreihe bis zum linearen, d. h.

$$\tilde{v}_l(p^{(i)} + Dp) = v^{(i)} + \nabla v^{(i)T} Dp, \quad (4.17)$$

oder quadratischen Term,

$$\tilde{v}_q(\mathbf{p}^{(i)} + D\mathbf{p}) = v^{(i)} + \nabla v^{(i)T} D\mathbf{p} + \frac{1}{2} D\mathbf{p}^T \nabla^2 v^{(i)} D\mathbf{p}. \quad (4.18)$$

Die durch Regression zu ermittelnden Koeffizienten sind der skalare Wert $v^{(i)}$, h Koeffizienten des Gradientenvektors $\nabla v^{(i)}$, sowie bei der quadratischen Approximation $h(h+1)/2$ Koeffizienten der symmetrischen Hesse-Matrix $\nabla^2 v^{(i)}$. Zur Bestimmung dieser Koeffizienten müssen mindestens so viele Funktionsauswertungen wie Unbekannte vorliegen, weitere Auswertungen werden zur Fehlerminimierung verwendet. Durch den unterschiedlichen Aufwand ergibt sich ein Entscheidungskonflikt zwischen linearem Ansatz und quadratischer Näherung: Der Gewinn eines größeren Gültigkeitsbereichs auf Grund der genaueren Approximation wird bei letzterem mit mehr Funktionsauswertungen bezahlt, da die Dimension des Entwurfsraums quadratisch in die Anzahl der notwendigen Auswertungen eingeht. Daher ist die Regression auf Basis einer linearen Näherung günstiger, falls der Aufwand zur Berechnung von Kriterien sehr hoch ist. Die Auswertung des Kriteriums v an n Entwurfspunkten \mathbf{p}_k , $k = 1(1)n$, führt dabei auf das lineare Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} v(\mathbf{p}_1) \\ \vdots \\ v(\mathbf{p}_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}^{(i)})^T \\ \vdots & \vdots \\ 1 & (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}^{(i)})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^{(i)} \\ \nabla v_1^{(i)} \\ \vdots \\ \nabla v_h^{(i)} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

zur Bestimmung des Kriterienwerts $v^{(i)}$ und des Gradientenvektors $\nabla v^{(i)}$ am Bezugspunkt $\mathbf{p}^{(i)}$. Entsprechend der Anzahl n der Auswertungen im Vergleich zur Zahl $h+1$ der Unbekannten unterscheidet man

- $n < h + 1$ unterbestimmtes Gleichungssystem,
Lösung nicht eindeutig bestimmbar,
- $n = h + 1$ Gleichungssystem exakt lösbar, falls Koeffizientenmatrix regulär,
- $n > h + 1$ überbestimmtes Gleichungssystem.

Im Fall einer quadratischen Koeffizientenmatrix ($n = h + 1$) unterscheidet sich das Vorgehen nur dadurch von der numerischen Differentiation, dass die Parameterstörungen $\mathbf{p}_k - \mathbf{p}^{(i)}$ nicht in Richtung eines Einheitsvektors im Parameterraum weisen, sondern willkürlich festgelegt werden können. Es ist jedoch zu gewährleisten, dass die Koeffizientenmatrix den Rang n hat.

Falls mehr als $h + 1$ Parameterwerte ausgewertet werden, ist eine exakte Lösung des Gleichungssystems nur möglich, wenn die Gütefunktion tatsächlich linear in den Entwurfsvariablen ist, also der Approximationsfehler verschwindet und kein Rauschen bei der Auswertung der Kriterien vorliegt. In der Regel wird man nur eine Näherungs-

lösung für das überbestimmte Gleichungssystem bestimmen können. Diese Lösung des linearen Ausgleichsproblems soll den nicht vermeidbaren Fehler des Gleichungssystems minimieren. Minimiert man den Fehler nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, so kann die Lösung mit Hilfe der QR-Zerlegung der Koeffizientenmatrix effektiv berechnet werden.

Bei der Entwicklung von Optimierungsalgorithmen war Speichereffizienz neben der Konvergenzgeschwindigkeit stets ein wichtiger Faktor. Durch die Weiterentwicklung der Rechentechnik steht heute einem modernen PC mehr Hauptspeicher zur Verfügung als vor 10 Jahren Festplattenkapazität. Deshalb ist es ohne weiteres möglich, alle im Laufe der Optimierung berechneten Kriterien mit den entsprechenden Parametervektoren für eine weitere Verwendung abzuspeichern. Dieses Vorgehen scheint insbesondere dann vorteilhaft, wenn die Berechnung eines Kriterienwerts sehr aufwendig ist. Mit den zwischengespeicherten Kriterienwerten lässt sich die Mehrpunkt-Approximation folgendermaßen abwandeln, Bild 4.5: Beim Start der Optimierung werden ein Gültigkeitsbereich $\Omega^{(i)}$ für die lineare Approximation der Gütefunktion festgelegt und durch Auswertung der Gütefunktion an mindestens $h + 1$ Parameterpunkten $p_j \in \Omega^{(i)}$ Funktionswert $v^{(i)}$ und Gradient $\nabla v^{(i)}$ mittels Regressionsanalyse (4.19) bestimmt. Aufbauend auf diesen Informationen schlägt der Optimierungsalgorithmus einen neuen Parameter $\bar{p}^{(i+1)}$ vor, der auch außerhalb des Gültigkeitsbereichs liegen kann. Wird dabei die zur Vermeidung von Instabilitäten vorgegebene maximale Schrittweite überschritten, so wird der vorgeschlagene Entwurf auf die Grenzen des Sicherheitsbereichs $\Sigma^{(i)}$ verschoben. Um den so erhaltenen Wert $p^{(i+1)}$ wird wiederum ein Gültigkeitsbereich festgelegt, in welchem bereits ausgewertete Entwurfspunkte liegen können. Dementsprechend weniger Funktionsauswertungen sind für eine weitere Approximation der Gütefunktion erforderlich. Große Einsparungen durch weniger Gütefunktionsauswertungen sind insbesondere am Ende der Optimierung zu erwarten, wenn sich die Parameterwerte nur noch in kleinen Schritten ändern.

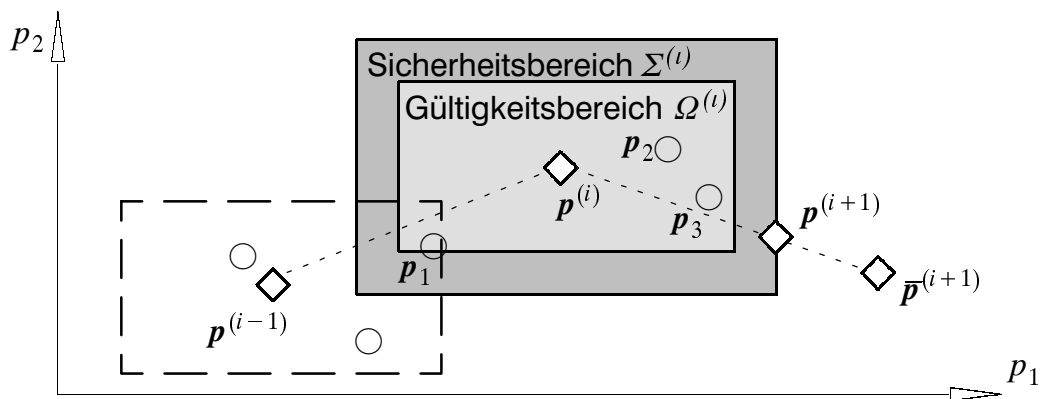


Bild 4.5: Approximationsverfahren für Experiment-gekoppelte Optimierung
(○ Experimente, ◇ Iterationsschritte)

Das hier beschriebene Approximationskonzept unterscheidet sich in einem wesentlichen Punkt von der von ETMAN [24] verwendeten Mehrpunkt-Approximation: Bei der Mehrpunkt-Approximation wird ein Gültigkeitsbereich statisch festgelegt und eine Approximation der Gütefunktion auf Basis mehrerer Funktionsauswertungen durchgeführt. Anschließend erfolgt eine Optimierung auf Basis dieser Approximation ohne weitere Funktionsauswertungen der originalen Gütefunktion. Nachdem ein Optimierer innerhalb oder am Rande des Gültigkeitsbereichs gefunden ist wird ein neuer Gültigkeitsbereich festgelegt und das Verfahren wiederholt. Dieses Vorgehen hat den Nachteil, dass das Ergebnis des jeweiligen Optimierungsschrittes ausschließlich von der am Anfang festgelegten Approximation abhängt. Falls die Approximation die wahre Gütefunktion ungenügend nachbildet, kann das in einem Teilschritt ermittelte Zwischenergebnis eine Verschlechterung oder einen nicht zulässigen Punkt darstellen. Dieses Problem soll vermieden werden, indem der Gültigkeitsbereich nicht statisch vorgegeben wird, sondern sich dynamisch mit jedem neuen Vorschlag des Optimierungsalgorithmus im Parameterraum bewegt. Dadurch ist gewährleistet, dass die momentane Approximation der Gütefunktion stets auf Funktionsauswertungen beruht, die in der unmittelbaren Umgebung des momentanen Entwurfs liegen.

Bei Berechnungen kann davon ausgegangen werden, dass zwei Simulationen mit denselben Parametern ein identisches Ergebnis liefern und ein Rauschen der Gütefunktionswerte nur auf reproduzierbaren Rechenungenauigkeiten und Rundungsfehlern beruht. Im Gegensatz dazu muss man bei der Ermittlung von Gütefunktionswerten auf Basis von Messungen mit zufälligen Ungenauigkeiten rechnen, die dazu führen, dass eine mehrmalige Auswertung mit denselben Entwurfsparametern unterschiedliche Werte liefert. Um dieses zusätzliche Problem zu lösen kann die Messunsicherheit durch wiederholte Messungen verringert werden. Nach den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie kann die für eine gesicherte Mittelwertbildung notwendige Stichprobengröße bestimmt werden, BOSCH [12]. Dieses Vorgehen führt jedoch zu einer großen Anzahl notwendiger Versuche und ist deshalb inakzeptabel. Vor dem Hintergrund einer möglichst geringen Anzahl durchzuführender Experimente erscheint es sinnvoll, mehrere Versuche mit verschiedenen Parametern durchzuführen, die dann gleichzeitig in eine Approximation der Gütefunktion einfließen können. Um für die Approximation jederzeit auf die Ergebnisse bereits durchgeführter Experimente zurückgreifen zu können und um eine graphische Darstellung der Resultate, wie sie von STATNIKOV UND MATUSOV [92] vorgeschlagen wird, durchführen zu können, werden alle ermittelten Werte abgespeichert.

Das beschriebene Approximationskonzept auf der Basis einer linearen Ansatzfunktion hat den Vorteil, dass die Approximation die für eine Anwendung von Gradientenverfahren notwendigen Ableitungen beinhaltet. Diese Tatsache schließt jedoch nicht

die Anwendung der Approximation in Verbindung mit gradientenfreien Optimierungsverfahren aus. Gerade bei der Verwendung der Simplex-Methode, die in der Nähe des Optimierers eine schlechte Konvergenz mit zahlreichen Gütefunktionsaufrufen aufweist, führt die Approximationsmethode zu einer wesentlichen Reduktion der notwendigen Funktionsauswertungen bzw. Experimente.

Da die Anzahl der notwendigen Experimente mit der Zahl der Entwurfsvariablen zunimmt, empfiehlt sich eine Dimensionseinschränkung des Parameterraums. Parameter, die wenig Einfluss auf den Wert der Gütefunktion haben, sollten vor dem Optimierungslauf ermittelt werden, um die Optimierung auf Basis der sensitiven Parameter durchzuführen. WIMMER [101] verwendet für dieses Screening der Parameter fraktionale faktorielle Versuchspläne. Andere Möglichkeiten für eine lokale Empfindlichkeitsanalyse sind die Verwendung Finiter Differenzen oder die Regressionsanalyse. Tabelle 4.1 zeigt die Vor- und Nachteile der drei Methoden. Für die Anwendung in Verbindung mit Messungen sind Finite Differenzen ungeeignet, da Messfehler in die Empfindlichkeitsanalyse eingehen. Das Parameter-Screening hat den Nachteil, dass sehr viele Messungen durchzuführen sind, was bei umfangreichen Versuchen sehr aufwendig ist. Die Regressionsanalyse bietet einen Mittelweg zwischen der Anzahl der durchzuführenden Messungen und Fehlerminimierung der Empfindlichkeitsanalyse durch Mittelung.

Tabelle 4.1: Vergleich von Methoden zur Ermittlung sensibler Optimierungsparameter

Kategorie	Screening	Regressionsanalyse	Finite Differenzen
Grundlage	fraktionale faktorielle Versuchspläne	lineare Regression auf Basis der kleinsten Fehlerquadrate	Vorwärts- oder Rückwärtsdifferenzen
Modell	kein funktionaler Zusammenhang	explizit linear	implizit linear
Zahl der Versuche	viele	mittel	minimal
Einfluss von Messfehlern	Fehlerminimierung durch Mittelung	Fehlerminimierung (kleinste Fehlerquadrate)	Messfehler gehen in Modell bzw. Gradient ein
Berücksichtigte Entwürfe	Gleichzeitige Variation mehrerer Parameter	zufällige Variation der Parameter	Parametervariation nur mit skalierten Einheitsvektoren
Gültigkeit	global	lokal (abhängig von der Parameterstörung)	lokal (abhängig von der Parameterstörung)

5 Virtuelles Prototyping

Beim Virtuellen Prototyping wird ein reales System auf ein Rechenmodell abgebildet, an dem Varianten einfach erprobt werden können. Die Vorteile dieses Vorgehens liegen im Zeitvorsprung bei der Entwicklung, da der Bau vieler realer Prototypen überflüssig wird, und in einem besseren Systemverständnis durch einfache Vergleichsmöglichkeit verschiedener Entwürfe. Darüber hinaus bietet das Vorliegen eines virtuellen Prototyps eine große Chance für den Einsatz von Optimierungsverfahren: Simulationsmodelle können mit Hilfe von Algorithmen optimiert werden, indem bestimmte Entwurfsvariablen innerhalb vorgegebener Grenzen mit dem Ziel variiert werden, ein gewünschtes dynamisches Systemverhalten zu erreichen. Diese systematische Suche nach optimalen Entwurfsparametern gegenüber dem herkömmlichen Ausprobieren mehrerer alternativer Entwürfe führt zu besseren Produkten in kürzerer Zeit.

In der Praxis wird die Simulations-basierende Optimierung auf umfangreiche Modelle mit zahlreichen Entwurfsvariablen angewandt. Die folgenden Abschnitte sollen dagegen nur das prinzipielle Vorgehen zeigen und beschränken sich auf einfache Modelle mit wenigen Entwurfsvariablen, um die vorgestellten Verfahren zu Testzwecken auf relativ einfache Systeme anzuwenden. Neben den skalaren Optimierungsalgorithmen und Verfahren zur Empfindlichkeitsanalyse sollen dabei auch Mehrkriterienoptimierungsstrategien untersucht sowie mögliche Darstellungen verschiedener Pareto-optimaler Lösungen bei höherdimensionalen Kriterienräumen als Auswahlhilfe für den Anwender aufgezeigt werden.

5.1 Optimierung des Zeitverhaltens eines Fahrzeugmodells

Zur Überprüfung der im entwickelten Softwarepaket implementierten skalaren Optimierungsverfahren soll die Optimierung eines einfachen technischen Systems mit verschiedenen Algorithmen durchgeführt werden. Zum Vergleich werden Ergebnisse der Optimierung mit dem Programm AIMS (Analysing and Improving Multibody Systems), BESTLE UND EBERHARD [7], herangezogen. Dort ist u. a. ein SQP Algorithmus von SCHITTKOWSKI [83] und die Berechnung der Gradienten nach der Adjungierten

Variablen Methode implementiert. Als Integrationsverfahren zur Lösung der Bewegungsgleichungen und der Differentialgleichungen der adjungierten Variablen wird ein Mehrschrittverfahren von SHAMPINE UND GORDON [88] eingesetzt.

Zu optimieren ist das dynamische Verhalten eines Fahrzeugs beim Überfahren einer Bordsteinkante der Höhe u_0 , BESTLE UND EBERHARD [7]. Für die Berechnung wird ein Viertelfahrzeug-Modell mit elastischen Reifen sowie gedämpft-elastischen Rad- und Motoraufhängungen herangezogen, Bild 5.1. Mit dem Lagevektor $y = [x_a \ x_m \ x_r]^T$ und den verallgemeinerten Geschwindigkeiten $z = [\dot{x}_a \ \dot{x}_m \ \dot{x}_r]^T$ lauten die Bewegungsgleichungen

$$\dot{y} = z$$

$$\begin{bmatrix} m_a & 0 & 0 \\ 0 & m_m & 0 \\ 0 & 0 & m_r \end{bmatrix} \dot{z} = \begin{bmatrix} d_a(\dot{x}_r - \dot{x}_a) + c_a(x_r - x_a) + d_m(\dot{x}_m - \dot{x}_a) + c_m(x_m - x_a) \\ d_m(\dot{x}_a - \dot{x}_m) + c_m(x_a - x_m) \\ d_a(\dot{x}_a - \dot{x}_r) + c_a(x_a - x_r) + c_r(u(t) - x_r) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

mit

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ u_0 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

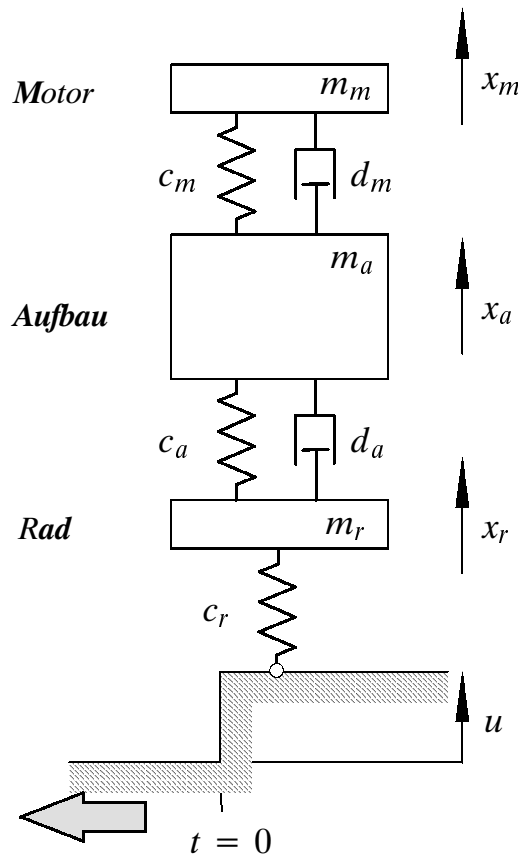


Bild 5.1: Viertelfahrzeug-Modell

Die Simulation wird aus der Ruhelage gestartet, so dass die Anfangsbedingungen durch

$$y(0) = \mathbf{0}, \quad z(0) = \mathbf{0} \quad (5.3)$$

festgelegt sind. Als Entwurfparameter werden Steifigkeit und Dämpfung des Fahrwerks sowie die Motormasse gewählt:

$$p = \begin{bmatrix} d_a \\ c_a \\ m_m \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Für die Optimierung werden zur Bewertung der Fahrsicherheit die Radlastschwankungen und für den Fahrkomfort die zeitbewerteten Aufbaubeschleunigung beim Überfahren der Bordsteinkante herangezogen:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= 10^{-5} \int_0^{t_1} [c_r (x_r - u)]^2 dt, \\ \psi_2 &= 100 \int_0^{t_1} t \ddot{x}_a^2 dt. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Dabei sind die Skalierungsfaktoren so gewählt, dass die Kriterienwerte bei Verwendung von SI-Einheiten in derselben Größenordnung liegen. Die Simulationszeit ist durch die Endbedingung

$$H^1 = t^1 - t_{end} = 0 \quad (5.6)$$

mit vorgegebener Endzeit t_{end} festgelegt. Zur Vermeidung von Resonanzen wird als weiteres Kriterium die Teileigenfrequenz des Motors nach unten begrenzt:

$$\psi_3 = \Omega_{m,min} - \sqrt{\frac{c_m}{m_m}} \leq 0. \quad (5.7)$$

Für die Berechnungen werden die konstanten Systemparameter

$$\begin{array}{lll} t_{end} = 3 \text{ s} & u_0 = 0.05 \text{ m} & m_a = 250 \text{ kg} \\ m_r = 25 \text{ kg} & d_m = 3000 \text{ Ns/m} & c_m = 5000 \text{ N/m} \\ c_r = 128\,000 \text{ N/m} & \Omega_{m,min} = 8 \text{ rad/s} & \end{array}$$

festgelegt, für die Entwurfparameter gelten die Schranken

$$p^u = \begin{bmatrix} 400 \text{ Ns/m} \\ 1000 \text{ N/m} \\ 60 \text{ kg} \end{bmatrix}, \quad p^o = \begin{bmatrix} 2000 \text{ Ns/m} \\ 10\,000 \text{ N/m} \\ 90 \text{ kg} \end{bmatrix}.$$

Bei der numerischen Integration der Bewegungsgleichungen werden folgende Fehlertoleranzen gewählt:

$$\text{relativer Fehler: } e_{rel} = 2.5 \times 10^{-5},$$

$$\text{absoluter Fehler: } e_{abs} = 2.5 \times 10^{-9}.$$

Bild 5.2 zeigt zunächst die Ergebnisse der Fahrzeugoptimierung. Die Definition der Kriterien entspricht einer Abbildung des durch die Parameterschranken definierten Quaders im Parameterraum auf die grau dargestellte Menge der Kriterienwerte \mathcal{F} im Kriterienraum. Eine reine Optimierung des Fahrkomforts ψ_2 führt auf das Pareto-Optimum 1). Die Steifigkeit des Fahrwerks liegt ebenso wie die Motormasse an der unteren Grenze, und auch die Dämpfung liegt im unteren Bereich der zulässigen Parameter. Durch eine zunehmende Berücksichtigung der Fahrsicherheit ψ_1 wird zunächst die Dämpfung, später auch die Motormasse erhöht, bis das Pareto-Optimum 9) erreicht ist. Eine weitere Verbesserung der Fahrsicherheit von 9) nach 16) wird im Wesentlichen durch höhere Federsteifigkeiten erzielt. Die Motormasse kann dabei nicht weiter vergrößert werden, da die Ungleichungsnebenbedingung (5.7) aktiv wird. Vernachlässigt man den Komfort völlig und bewertet nur die Fahrsicherheit, so erhält man schließlich das Pareto-Optimum 16). In der Praxis führt eine weiche Federung, wie sie durch das Optimum 1) gefordert ist, zu nicht realisierbar großen Federwegen, MITSCHKE [65]. Komfortable Limousinen werden deshalb etwa in der Mitte zwischen Punkt 9) und 16) angesiedelt sein, während eine sportliche Fahrzeugauslegung im Bereich des Optimums 16) liegt. Für die beiden gewählten Auslegungskriterien ist jedoch der Einfluss der Motormasse verglichen mit den Entwurfsparametern Steifigkeit und Dämpfung gering.

Wenn mehr als drei Kriterien bei der Optimierung zu berücksichtigen sind, wie es bei vielen Problemstellungen der Mehrkriterienoptimierung der Fall ist, versagen die bisher eingesetzten graphischen Darstellungsmöglichkeiten. Da eine graphische Information über die ermittelten Pareto-optimalen Lösungen in jedem Fall aussagekräftiger ist als die Auflistung purer Zahlenkolonnen, schlägt STEUER [93] verschiedene Alternativen vor, die auf höherdimensionale Kriterienräume anwendbar sind. Bild 5.3 zeigt ein Balkendiagramm, bei dem die Kriterienwerte mehrerer Pareto-optimaler Entwürfe nach Kriterien getrennt aufgetragen werden. Für eine einfache Zuordnung der Balken zu den entsprechenden Entwürfen dient eine farbliche Kennzeichnung. Anstelle der Balken werden in Bild 5.4 die auf den Wertebereich skalierten Kriterienwerte nach Kriterien getrennt aufgetragen und durch Linienpfade die zu einem Entwurf gehörenden Werte verbunden.

Die gemachten Ausführungen sollen nicht darüber hinweg täuschen, dass es sich bei dem betrachteten System eher um ein akademisches Beispiel handelt. Für eine rea-

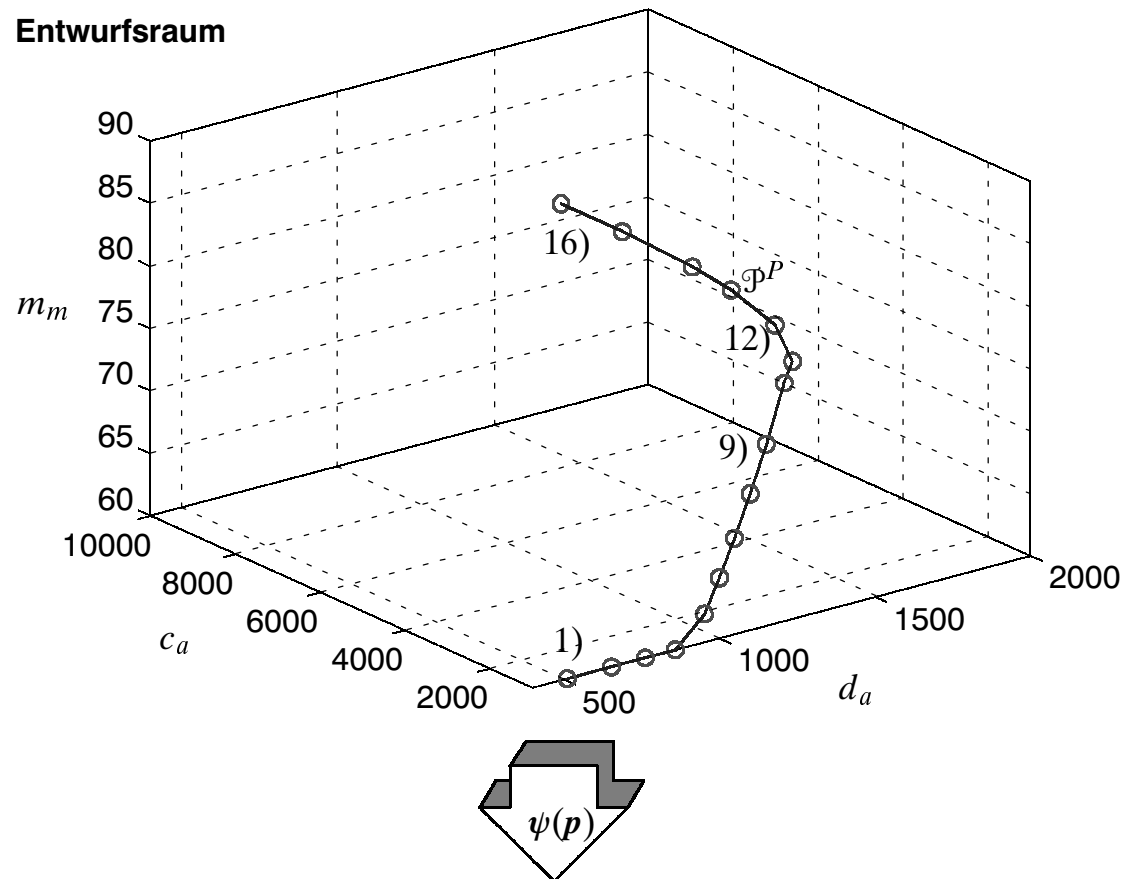
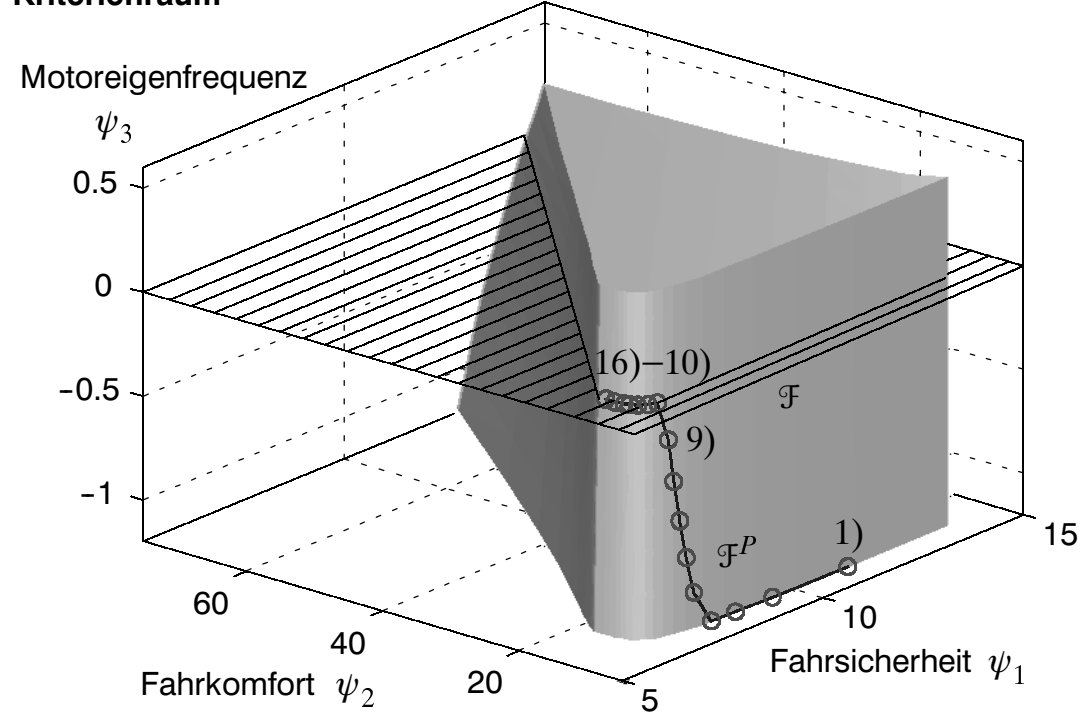
Entwurfsraum**Kriterienraum**

Bild 5.2: Konflikt diagramm der Fahrzeugauslegung

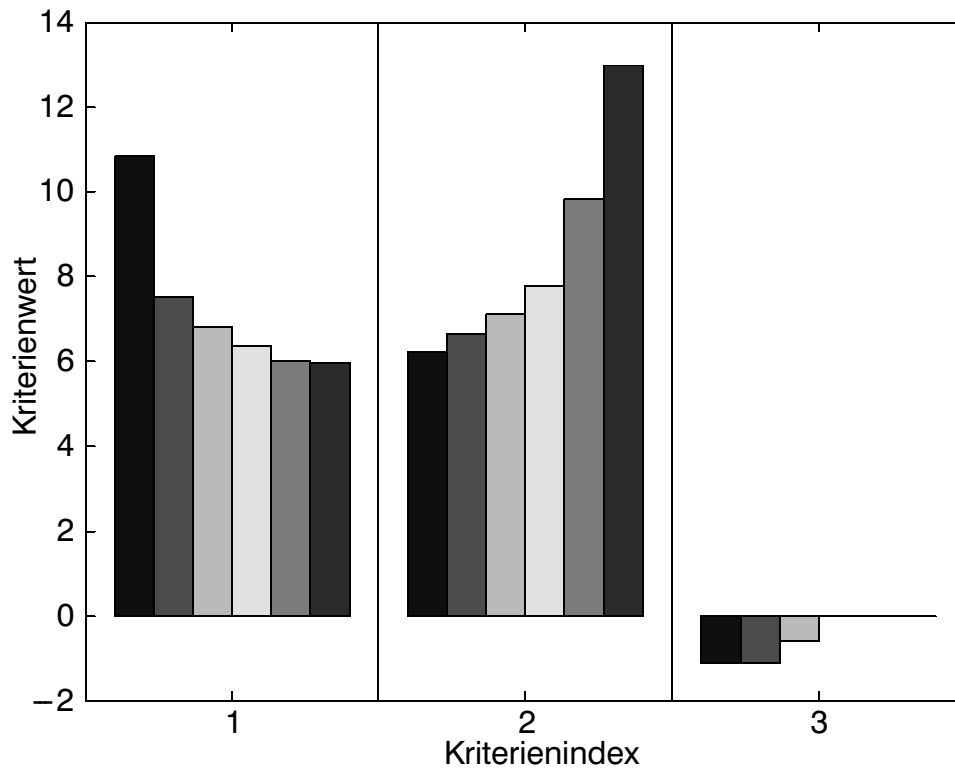


Bild 5.3: Balkendiagramm zur Darstellung mehrerer Pareto-optimaler Lösungen

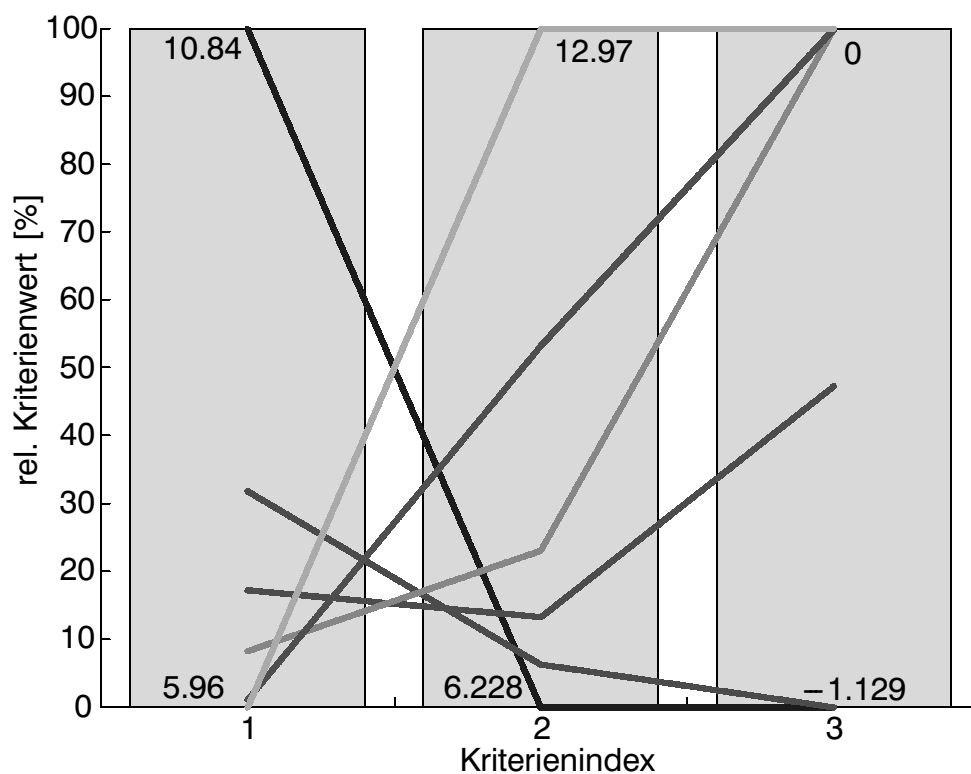


Bild 5.4: Wertepfad zur Darstellung mehrerer Pareto-optimaler Lösungen

listische Fahrzeugauslegung sind umfangreichere Modelle notwendig, welche die nichtlineare Kinematik der Fahrwerksaufhängung und die nichtlineare Charakteristik

von Feder- und Dämpferkennlinien beinhalten, z. B. AMMON [3]. Des Weiteren sind beispielsweise Komfortkriterien durch die frequenzabhängige Schwingungswahrnehmung des Menschen zu ergänzen. Letztlich kann auch die Simulation einer Bordsteinüberfahung nicht als einziges Experiment zur Optimierung der komplexen Fahrdynamik eines Fahrzeugs herangezogen werden, vielmehr müssen mehrere Fahrmanöver in Form multipler Kriterien in die Analyse einfließen. Durch die geringe Zahl der Parameter und Kriterien ist es jedoch einfach möglich, Zusammenhänge zu erläutern und graphisch darzustellen. Dies macht auch eine vergleichende Analyse verschiedener Optimierungsverfahren möglich.

Für einen Vergleich der Optimierungsverfahren wird das Mehrkriterienoptimierungsproblem mit Hilfe der Ersatzfunktion $\Phi = w_1\psi_1 + w_2\psi_2$ auf ein skalares Optimierungsproblem reduziert. Dabei wird die Fahrsicherheit mit dem Faktor $w_1 = 0.9$ und der Komfort durch $w_2 = 0.1$ bewertet, was dem Entwurf 12) in Bild 5.2 entspricht. Alle Iterationen starten mit dem Entwurf $p^{(0)} = [1000 \text{ Ns/m} \ 10000 \text{ N/m} \ 75 \text{ kg}]^T$.

Als Referenzlösung wird zunächst eine Optimierung mit dem Programmpaket AIMS durchgeführt. Dabei dient ein SQP-Verfahren von Schittkowski als skalarer Optimierungsalgorithmus, die benötigten Gradienteninformationen werden mit der Adjungierten Variablen Methode ermittelt. Mit diesen Einstellungen führt die Optimierung in 8 Iterationsschritten auf den Optimierer $p^* = [1504 \text{ Ns/m} \ 3376 \text{ N/m} \ 78.13 \text{ kg}]^T$, Bild 5.5. Bei der in jedem Schritt durchgeführten Liniensuche wird jeweils bereits der Minimierer des quadratischen Teilproblems als Startwert für die weiteren Iterationen akzeptiert, so dass für die Ermittlung des Optimierers letztlich 9 Funktionsauswertungen und 8 Gradientenaufrufe benötigt werden.

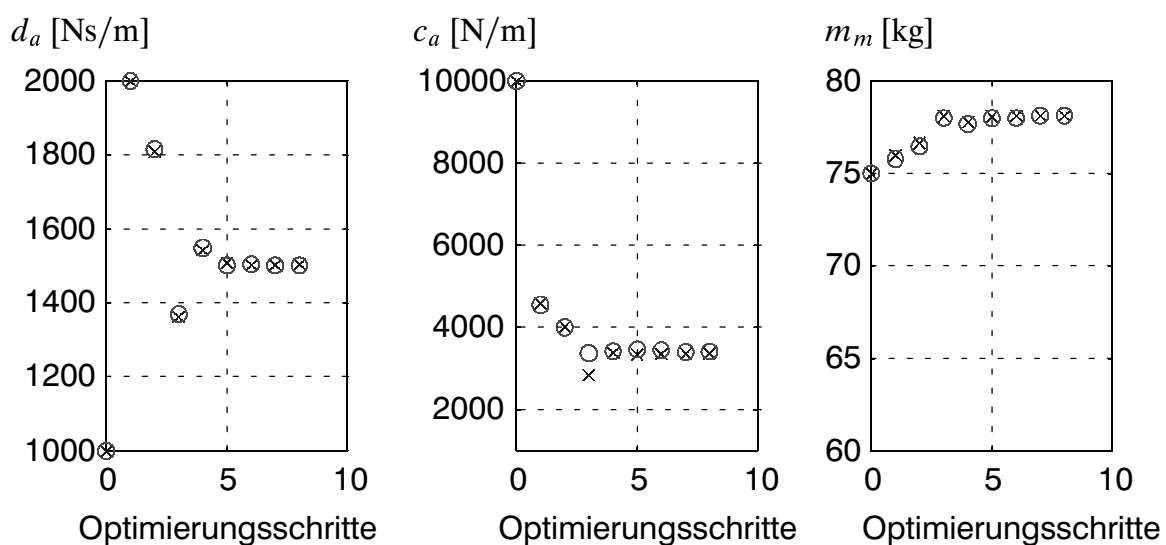


Bild 5.5: Parameteränderung im Laufe der Optimierung bei SQP-Verfahren (x AIMS (semi-analytischer Gradient), o MATLAB (finite Differenzen))

Der in MATLAB implementierte SQP-Algorithmus sieht eine Bestimmung der Gradienteninformation mit Hilfe finiter Differenzen vor, wenn keine Funktion zur exakten Gradientenberechnung zur Verfügung gestellt werden kann. Die notwendigen Parameterstörungen werden in Abhängigkeit des Gradienten der Lagrange Funktion ∇L innerhalb vorgegebender Schranken angepasst:

$$\Delta p_i = \frac{\Delta p_{i, \min}}{\nabla L_i}, \quad \Delta p_{i, \min} < \Delta p_i < \Delta p_{i, \max}, \quad i = 1(1)h. \quad (5.8)$$

Durch diese Anpassung ergeben sich kleine Parameterstörungen am Anfang der Optimierung, wenn der Gradient groß ist und keine Auslöschungsfehler zu befürchten sind, und größere Parametervariationen am Ende der Iteration. Trotz der automatischen Anpassung der Parameterstörung an den Optimierungsfortschritt bleibt der Konflikt bei der Festlegung der Grenzwerte $\Delta p_{i, \min}$ und $\Delta p_{i, \max}$: Werden diese Schranken zu groß oder zu klein gewählt, so können Approximationsfehler bzw. Auslöschungsfehler auftreten, die zu fehlerhaften Gradientennäherungen führen. Für die Anwendung auf Simulationen haben sich Parameterstörungen in der Größenordnung 1 – 10% des Parameterbereichs bewährt:

$$1\% < \frac{\Delta p_i}{p_i^o - p_i^u} < 10\%. \quad (5.9)$$

In Bild 5.5 ist der Optimierungsfortschritt bei der Verwendung des SQP-Verfahrens mit finiten Differenzen dem Referenzverfahren gegenübergestellt. Zwischen den Parametern in den unterschiedlichen Optimierungsschritten bestehen kaum Unterschiede, beide Verfahren konvergieren in 8 Schritten. Allerdings führt die Liniensuche in MATLAB nicht immer bereits im ersten Schritt zu einem verbesserten Entwurf, so dass zusätzliche Funktionsauswertungen notwendig werden. In diesem Fall wird der Optimierer nach 12 direkten Funktionsauswertungen (8 Iterationsschritte, 3 Auswertungen bei der Schrittweitenreduzierung der Liniensuche und 1 Endwert) und 24 weiteren Funktionsauswertungen zur Bestimmung der finiten Differenzen erreicht. Die Anzahl der Iterationsschritte hängt stark von der Qualität der Gradientennäherungen ab. Bei einer ungünstigeren Wahl der Parameterstörung können leicht doppelt so viele Funktionsauswertungen notwendig werden.

Ebenso wie das SQP-Verfahren bietet auch der MMA-Algorithmus die Möglichkeit, Gradienteninformationen mittels finiter Differenzen zu bestimmen. Die Parameterstörung wird ebenfalls nach Gleichung (5.8) in Abhängigkeit des Gradienten der Lagrange Funktion festgelegt. Bild 5.6 zeigt den Verlauf der Parameter sowie der Ersatzfunktion über den Optimierungsschritten. Im Gegensatz zum SQP-Verfahren zeigt sich ein starkes Hin- und Herspringen der Parameter. Die maximale Parameterände-

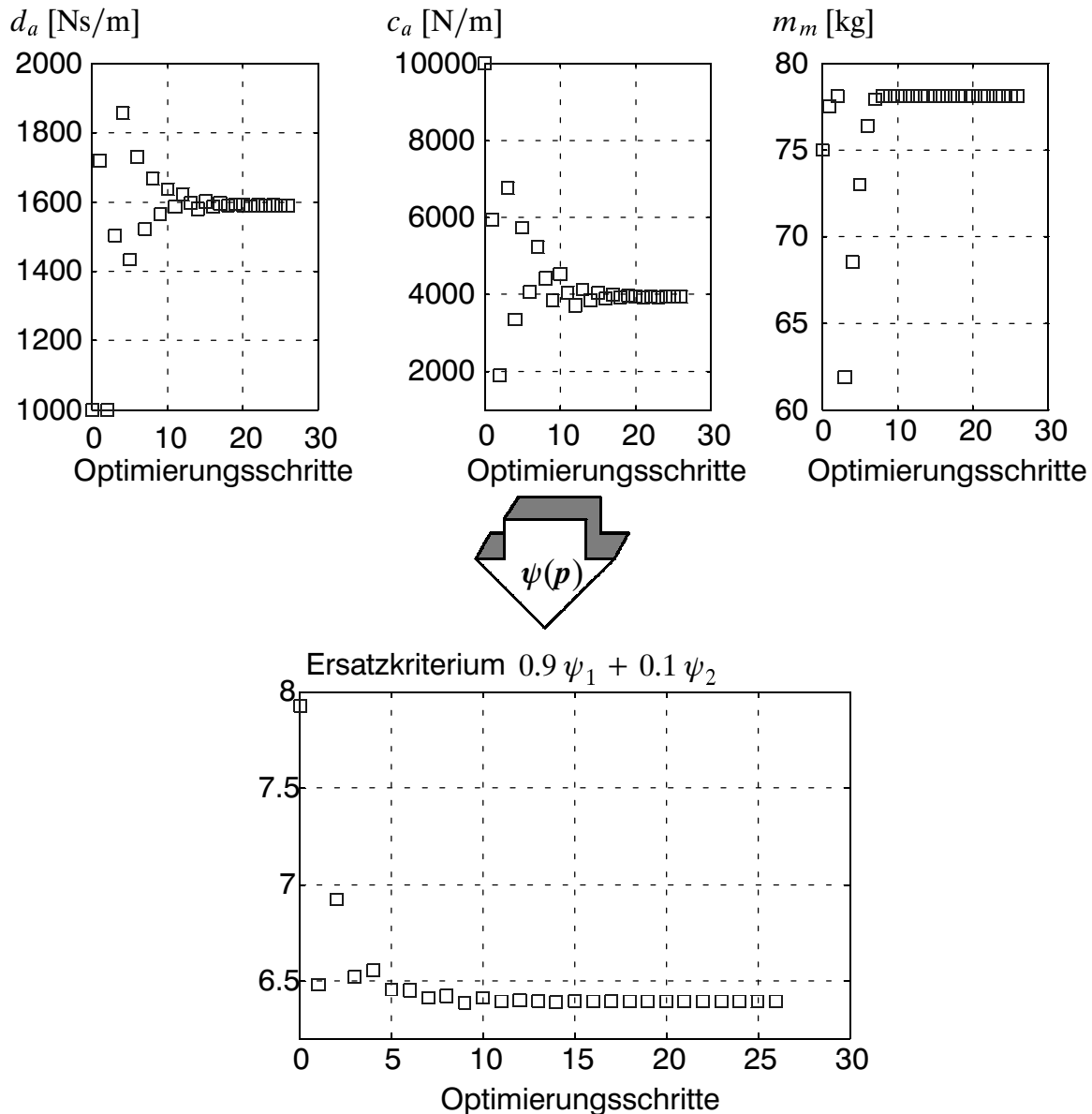


Bild 5.6: Optimierungsverlauf beim MMA-Verfahren

ung zwischen zwei Iterationen ist dabei nur durch den zulässigen Parameterbereich und die Festlegung der Asymptoten begrenzt, die entsprechend den Gleichungen (3.44) bis (3.46) in jedem Schritt in Abhängigkeit der vorangegangenen Iterationen neu festgelegt werden. Die Sprünge im Parameterraum übertragen sich auch auf den Verlauf der Ersatzgütefunktion: Während das SQP-Verfahren neue Entwürfe bei der Liniensuche nur akzeptiert, wenn sie eine Verbesserung der Gütefunktion oder zumindest eine geringere Verletzung von Nebenbedingungen erzielen, verzichtet das MMA-Verfahren auf einen derartigen Vergleich und startet die nächste Iteration mit der Lösung des Teilproblems. Aus diesem Grund werden auch Verschlechterungen des Originalproblems hingenommen und die Ersatzgütefunktion nimmt nicht mit jedem Iterationsschritt ab. Trotzdem ist ein sehr guter Entwurf bereits nach 9 Iterationen gefun-

den. Der Algorithmus bricht jedoch an dieser Stelle noch nicht ab, sondern führt die Iteration weiter und pendelt sich um diesen Entwurf ein. Die unbefriedigende Konvergenz am Ende der Optimierung deutet darauf hin, dass die Annäherung der Ersatzgütefunktion durch Hyperbeln der Problemstellung nicht gerecht wird und sehr ungenau ist.

Zum Vergleich mit den modellbasierenden SQP und MMA-Verfahren wird das Problem nun auch mit der Simplex-Methode gelöst. Dem als Ungleichungsnebenbedingung eingeführten Kriterium ψ_3 wird dabei durch einen linearen und einen quadratischen Strafterm in der Pseudogütefunktion

$$\Phi = w_1 \psi_1 + w_2 \psi_2 + r \max[0, \psi_3] + r \{\max[0, \psi_3]\}^2 \quad (5.10)$$

Rechnung getragen. Der Bewertungsfaktor des Strafterms wird zunächst auf $r = 100$ festgelegt und gegebenenfalls in den weiteren Optimierungsdurchläufen erhöht, bis die Nebenbedingung im Rahmen der geforderten Genauigkeit eingehalten wird. Die Untersuchung des Optimierungsverlaufs in Bild 5.7 zeigt eine gute Konvergenz des Verfahrens in den ersten Iterationsschritten. Am Ende des Verfahrens sind jedoch viele Schritte erforderlich, ohne dass die Gütefunktion signifikant abnimmt. Je Optimierungsschritt sind für das Erstellen eines neuen Simplex in Abhängigkeit der durchgeführten Operation nur ein oder zwei, bei der Kontraktion unter Umständen auch $2 + h$ Funktionsauswertungen notwendig, Bild 3.7. Damit bietet das Verfahren Vorteile bei Optimierungsproblemen mit einer großen Anzahl an Parametern, bei denen die Berechnung von Gradienten durch finite Differenzen sehr aufwendig wird.

Ähnlich schwierig wie die Wahl einer geeigneten Parameterstörung zur Berechnung der finiten Differenzen bei den Gradientenverfahren ist die Festlegung der Größe des Startsimplex bei der Simplex-Methode. Zwar hilft sich der Algorithmus selbst, indem die Simplex-Größe im Verlauf der Optimierung angepasst wird, jedoch können bei ungünstiger Wahl des Startsimplex dafür viele Funktionsauswertungen benötigt werden. Für die dargestellten Ergebnisse wird das Startsimplex

$$\begin{aligned} p_0 &= p^{(0)}, \\ p_k &= p_0 + \Delta p_k e_k, \text{ mit } \Delta p_k = 0.1 (p_k^o - p_k^u), k = 1(1)h \end{aligned} \quad (5.11)$$

verwendet.

5.2 Optimierung der Eigenfrequenzen eines Fahrzeugmodells

Als Beispiel für die Anwendung der analytischen Empfindlichkeitsanalyse bei Eigenwertproblemen sowie zur Untersuchung von Vektoroptimierungsstrategien dient die

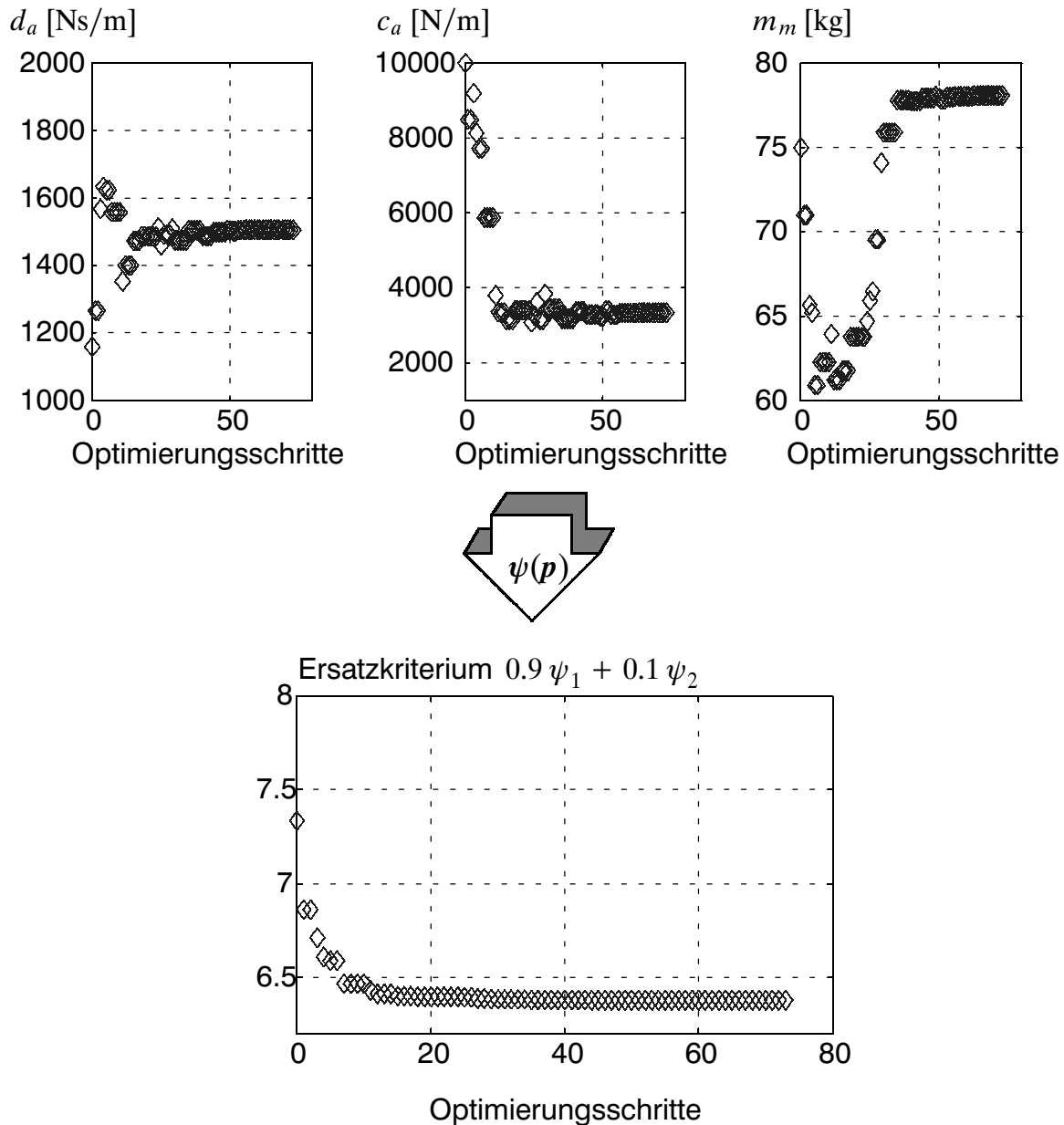


Bild 5.7: *Optimierungsverlauf beim Simplex-Verfahren*

Optimierung der Eigenfrequenzen eines Fahrzeugmodells. Um eine Kopplung und gegenseitige Anregung verschiedener Eigenschwingungen zu vermeiden, soll die Massengeometrie des Modells so ausgelegt werden, dass die Frequenzabstände der Eigenschwingungen maximal sind. Für die Untersuchung von Hub-, Nick- und Wankbewegungen wird das in Bild 5.8 dargestellte ungedämpfte Modell mit unterschiedlicher Fahrwerkssteifigkeit an Vorder- und Hinterachse verwendet. Mit dem Lagevektor $y = [z \vartheta \varphi]^T$ und dem aus dem Verhältnis der Abstände des Schwerpunkts zu Vorder- und Hinterachse definierten Faktor μ erhält man unter der Voraussetzung kleiner Bewegungen die linearen Bewegungsgleichungen

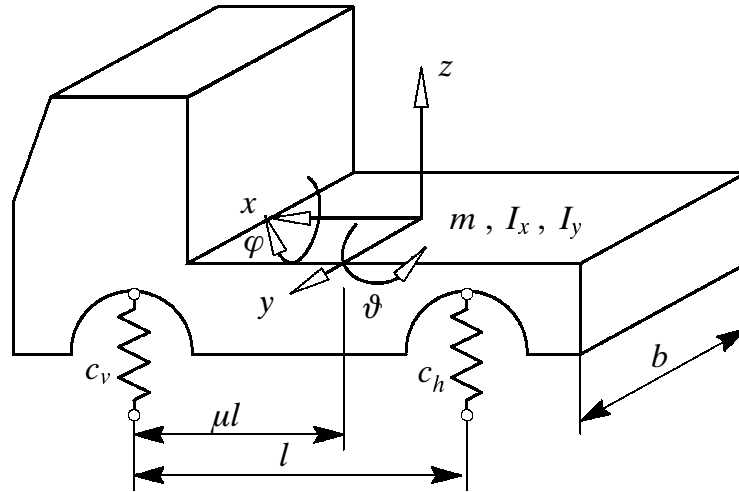


Bild 5.8: Räumliches Fahrzeugmodell zur Untersuchung von Hub-, Nick- und Wankschwingungen

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_x \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{y}} + \begin{bmatrix} 2(c_v + c_h) & -2l(\mu c_v - (1 - \mu)c_h) & 0 \\ -2l(\mu c_v - (1 - \mu)c_h) & -2l^2(\mu^2 c_v - (1 - \mu)^2 c_h) & 0 \\ 0 & 0 & b^2(c_v + c_h)/2 \end{bmatrix} \mathbf{y} = \mathbf{q}. \quad (5.12)$$

Die Eigenfrequenzen des ungedämpften Mehrkörpersystems ergeben sich aus dem Eigenwertproblem (4.10). Mit den in Tabelle 5.1 aufgeführten Systemparametern erhält man die Eigenfrequenzen

$$\omega_1 = 27.6 \text{ rad/s}, \omega_2 = 33.3 \text{ rad/s}, \omega_3 = 39.8 \text{ rad/s} \quad (5.13)$$

und die zugehörigen Eigenvektoren

$$\tilde{\mathbf{y}}_1 = \begin{bmatrix} 0.58 \text{ m} \\ 1.95 \text{ rad} \\ 0 \text{ rad} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{y}}_2 = \begin{bmatrix} -0.39 \text{ m} \\ 2.95 \text{ rad} \\ 0 \text{ rad} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{y}}_3 = \begin{bmatrix} 0 \text{ m} \\ 0 \text{ rad} \\ 7.1 \text{ rad} \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

Tabelle 5.1: Parameter des Fahrzeugmodells

Geometrie	Länge	$l = 0.42 \text{ m}$
	Breite	$b = 0.265 \text{ m}$
Fahrwerk	Steifigkeit vorne	$c_v = 5 \text{ N/cm}$
	Steifigkeit hinten	$c_h = 4 \text{ N/cm}$
Massengeometrie (ohne Zusatzmassen)	Masse	$m_0 = 2.06 \text{ kg}$
	Trägheitsmoment Längsachse	$I_{x0} = 0.02 \text{ kgm}^2$
	Trägheitsmoment Querachse	$I_{y0} = 0.08 \text{ kgm}^2$
	Schwerpunktslage	$\mu_0 = 0.53$

Zur Beeinflussung der Schwingungsformen und -frequenzen soll die Massengeometrie des Fahrzeugs verändert werden, indem zusätzliche Punktmassen mit einer Gesamtmasse von $M = 2.6 \text{ kg}$ auf der Karosserie angebracht werden. Diese Gesamtmasse ist so festgelegt, dass die Fahrwerksfedern ausreichend vorgespannt sind und durch auftretende Schwingungen weder auf Block beansprucht noch entlastet werden. Unter Berücksichtigung der Symmetrie des Fahrzeugs lassen sich die Freiheiten bei der Massenverteilung durch 5 Entwurfsparemeter beschreiben, Bild 5.9: Der dimensionslose Parameter ν legt die Aufteilung der Zusatzmasse auf Front und Heck des Fahrzeugs fest, die Koordinaten x_v, y_v, x_h und y_h die Befestigungspunkte bezogen auf den ursprünglichen Schwerpunkt. In Abhängigkeit der Entwurfsparemeter ändern sich gegenüber dem Anfangsentswurf die x-Koordinate des Gesamtschwerpunkts

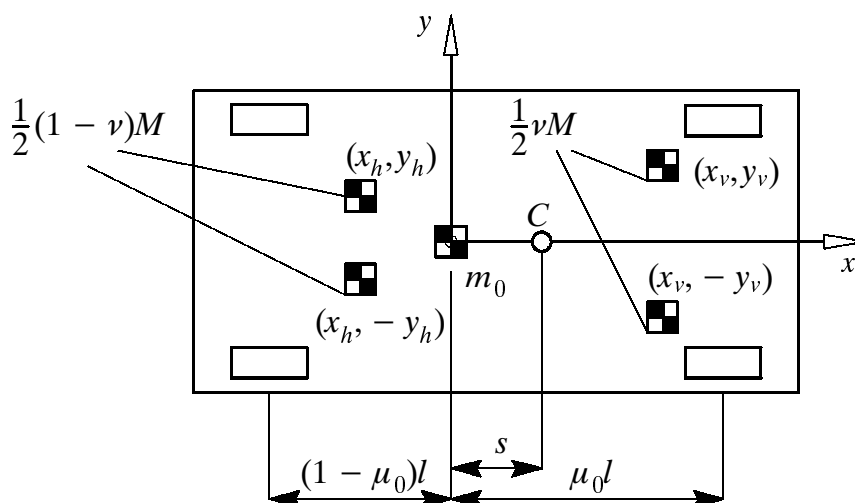


Bild 5.9: Position der Zusatzmassen auf dem Fahrzeug

$$s = \frac{\nu \mathbf{M} \mathbf{x}_v + (1 - \nu) \mathbf{M} \mathbf{x}_h}{m_0 + \mathbf{M}} \quad (5.15)$$

und damit das Abstandsverhältnis

$$\mu = (\mu_0 l - s)/l = \mu_0 - \frac{s}{l} \quad (5.16)$$

sowie die auf den neuen Schwerpunkt bezogenen massengeometrischen Größen

$$m = m_0 + \mathbf{M}, \quad (5.17)$$

$$I_y = I_{y0} + m_0 s^2 + \nu \mathbf{M} (\mathbf{x}_v - s)^2 + (1 - \nu) \mathbf{M} (\mathbf{x}_h - s)^2 \quad (5.18)$$

und

$$I_x = I_{x0} + \nu \mathbf{M} y_v^2 + (1 - \nu) \mathbf{M} y_h^2. \quad (5.19)$$

Primäres Ziel der Optimierung ist eine Aufspaltung der Eigenfrequenzen. Diese Maximierung der Abstände zwischen den Eigenfrequenzen entspricht einer Minimierung der Kriterien

$$\psi_1 = -(\omega_1 - \omega_2)^2, \quad (5.20)$$

$$\psi_2 = -(\omega_1 - \omega_3)^2 \quad (5.21)$$

und

$$\psi_3 = -(\omega_2 - \omega_3)^2. \quad (5.22)$$

Gleichzeitig soll durch die Massenverteilung eine Entkopplung der Eigenschwingungen erreicht werden. Aus der Struktur der Massen- und Steifigkeitsmatrix in (5.12) ist erkennbar, dass Hub- und Nickschwingung über Steifigkeitsterme gekoppelt sind. Eine Elimination des Koppelterms

$$-2l(\mu c_v - (1 - \mu)c_h) = 0 \quad (5.23)$$

ist durch geeignete Wahl der Schwerpunktslage

$$\mu_s = \frac{c_h}{c_v + c_h} \quad (5.24)$$

bzw.

$$s_s = (\mu_0 - \mu_s) l = \left(\mu_0 - \frac{c_h}{c_v + c_h} \right) l \quad (5.25)$$

in Abhängigkeit der Fahrwerkssteifigkeiten möglich. Somit kann eine Entkopplung der Eigenschwingungen durch Einführung des Kriteriums

$$\psi_4 = s - s_s = \frac{\nu \mathbf{M} \mathbf{x}_v + (1 - \nu) \mathbf{M} \mathbf{x}_h}{m_0 + \mathbf{M}} - \left(\mu_0 - \frac{\mathbf{c}_h}{\mathbf{c}_v + \mathbf{c}_h} \right) \mathbf{l} \quad (5.26)$$

als Gleichungsnebenbedingung berücksichtigt werden. Zusammengefasst lautet das Mehrkriterienoptimierungsproblem

$$\underset{\mathbf{p} \in \mathcal{P}}{\text{opt}} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} \text{ mit } \mathcal{P} := \left\{ \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \nu & \mathbf{x}_v & \mathbf{y}_v & \mathbf{x}_h & \mathbf{y}_h \end{bmatrix}^T \mid \psi_4 = 0 \right\}. \quad (5.27)$$

Wichtig für den effektiven Einsatz von Gradientenverfahren ist eine exakte Empfindlichkeitsanalyse. Mit der expliziten Darstellung (5.15) bis (5.19) der Koeffizienten von Massen- und Steifigkeitsmatrix kann eine genaue Berechnung der Empfindlichkeiten der Eigenfrequenzen ω_i in Abhängigkeit der Entwurfsparameter \mathbf{p} durchgeführt werden. So erhält man beispielsweise für die Empfindlichkeiten

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \nu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial I_y}{\partial \nu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial I_x}{\partial \nu} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

und

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \nu} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial \mathbf{K}_{12}}{\partial \nu} & 0 \\ \frac{\partial \mathbf{K}_{12}}{\partial \nu} & \frac{\partial \mathbf{K}_{22}}{\partial \nu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_y}{\partial \nu} &= \mathbf{M}((\mathbf{x}_v - s)^2 - (\mathbf{x}_h - s)^2) \\ &\quad + \left(2m_0 s - 2\mathbf{M}(\nu(\mathbf{x}_v - s) + (1 - \nu)(\mathbf{x}_h - s)) \right) \frac{\partial s}{\partial \nu}, \\ \frac{\partial I_x}{\partial \nu} &= \mathbf{M}(\mathbf{y}_v^2 - \mathbf{y}_h^2), \\ \frac{\partial s}{\partial \nu} &= \frac{\mathbf{M}}{m_0 + \mathbf{M}} (\mathbf{x}_v - \mathbf{x}_h), \\ \frac{\partial \mathbf{K}_{12}}{\partial \nu} &= -2\mathbf{l}(\mathbf{c}_v + \mathbf{c}_h) \frac{\partial \mu}{\partial \nu}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial K_{22}}{\partial \nu} &= -4l^2(\mu c_v - (1 - \mu)c_h)\frac{\partial \mu}{\partial \nu}, \\ \frac{\partial \mu}{\partial \nu} &= -\frac{1}{l}\frac{\partial s}{\partial \nu}.\end{aligned}\quad (5.30)$$

Diese Ergebnisse werden zusammen mit den bekannten Eigenfrequenzen und -vektoren z. B. für die Berechnung des Gradienten

$$\begin{aligned}\frac{\partial \psi_1}{\partial \nu} &= -2(\omega_1 - \omega_2)\left(\frac{\partial \omega_1}{\partial \nu} - \frac{\partial \omega_2}{\partial \nu}\right) \\ &= -(\omega_1 - \omega_2)\left[\frac{1}{\omega_1}\tilde{y}_1^T\left(\frac{\partial K}{\partial \nu} - \omega_1^2\frac{\partial M}{\partial \nu}\right)\tilde{y}_1 - \frac{1}{\omega_2}\tilde{y}_2^T\left(\frac{\partial K}{\partial \nu} - \omega_2^2\frac{\partial M}{\partial \nu}\right)\tilde{y}_2\right]\end{aligned}\quad (5.31)$$

auf der Basis von Gleichung (4.13) benötigt. Die umfangreichen Gleichungen für die weiteren Empfindlichkeiten sind hier aus Platzgründen nicht dargestellt.

Um den mit der Gradientenbestimmung auf Basis finiter Differenzen verbundenen numerischen Aufwand mit dem der analytischen Gradientenbestimmung zu vergleichen, werden für beide Verfahren die erforderlichen Rechenzeiten ermittelt. Für das beschriebene Optimierungsproblem dauert eine Kriterienauswertung etwa 0.16 s, die anschließende Auswertung des Gradienten 0.36 s. Damit ist die analytische Gradientenbestimmung selbst bei diesem kleinen Demonstrationsbeispiel mit 5 Entwurfsvariablen etwa doppelt so schnell wie die finite Differenzen Methode. Bei größeren Systemmatrizen und einer größeren Zahl an Entwurfsvariablen ist ein noch stärkerer Effekt durch die Einsparung der Zahl zu lösender Eigenwertprobleme zu erwarten.

Allerdings zeigt das Beispiel auch die Grenzen analytischen Rechnens auf. Bereits bei der kleinen Zahl an Kriterien und Entwurfsvariablen wird das Aufstellen der Gradienten von Hand aufwendig und fehleranfällig. Von Hand aufgestellte und programmierte Gradientenfunktionen müssen deshalb in jedem Fall zumindest stichprobenartig durch finite Differenzen kontrolliert werden, wenn verfügbar sollte das Vorgehen systematisiert und durch Computeralgebraprogramme wie Maple [49] oder Mathematica [50] unterstützt werden.

Bei der gegebenen Problemstellung ist die Frequenz ω_1 der Hubschwingung von der Wahl der Entwurfparameter unabhängig, da Fahrzeuggesamtmasse und Fahrwerkssteifigkeit nicht variiert werden können. Die Frequenz ω_3 der Wankschwingung kann durch eine Erhöhung des Massenträgheitsmoments I_x um die Längsachse verringert werden, die durch eine seitliche Verschiebung der Zusatzmassen erzielt wird. Da die Wankschwingung bereits im Startentwurf (5.13) die höchste Eigenfrequenz aufweist, sollte eine optimale Massenverteilung diese Frequenz nicht verringern, was durch Positionieren der Zusatzmassen auf der Fahrzeuglängsachse erreicht wird. Somit müs-

sen die verbleibenden Parameter ν , x_ν und x_h für einen optimalen Entwurf so gewählt werden, dass Hub- und Nickschwingung gemäß Kriterium (5.26) entkoppelt sind und die Frequenz der Nickschwingung von Wank- und Hubfrequenz denselben Abstand hat.

Führt man zur Verringerung des Schreibaufwands das Verhältnis

$$\xi = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_3 - \omega_1}, \quad \xi \in [0, 1], \quad (5.32)$$

ein, so gilt für die Gütekriterien

$$\psi_1 = -\xi^2(\omega_3 - \omega_1)^2, \quad (5.33)$$

$$\psi_2 = -(\omega_3 - \omega_1)^2, \quad (5.34)$$

$$\psi_3 = -(1 - \xi)^2(\omega_3 - \omega_1)^2. \quad (5.35)$$

Mit der Festlegung von ω_1 und ω_3 ist auch das zweite Kriterium festgelegt, die beiden anderen lassen sich ins Verhältnis setzen, um die in Bild 5.10 dargestellten zulässigen Punkte im Kriterienraum zu erhalten:

$$\frac{\psi_3}{(\omega_3 - \omega_1)^2} = -(1 - \xi)^2 = -\left(1 - \frac{\sqrt{-\psi_1}}{(\omega_3 - \omega_1)}\right)^2. \quad (5.36)$$

Auf Grund der Krümmung des zulässigen Kriterienraums können mit Hilfe des einfachen Ansatzes gewichteter Kriterien (3.67) nur die Randminima $\xi = 0$ und $\xi = 1$ gefunden werden, für das Auffinden anderer Pareto-Optima versagt das Verfahren.

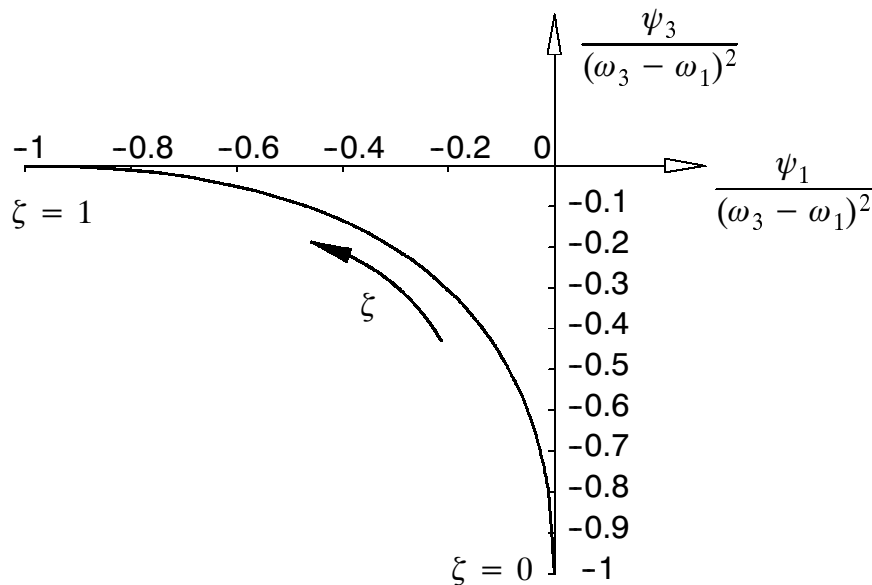


Bild 5.10: Darstellung der Gütekriterien im Kriterienraum

Für die Ermittlung einer optimalen Massenverteilung wird deshalb das Verfahren der Zielloptimierung (3.73) eingesetzt. Bei gleicher Gewichtung der drei Kriterien ($w_i = 1 \forall i$) und Festlegung der Ideallösung $f^0 = -400 [1 \ 1 \ 1]^T$ erhält man als Eigenfrequenzen für entkoppelte Hub-, Nick- und Wankschwingung

$$\omega_1 = 19.7 \text{ rad/s} , \omega_2 = 29.5 \text{ rad/s} , \omega_3 = 39.8 \text{ rad/s} \quad (5.37)$$

durch folgende Wahl der Entwurfparameter:

$$\begin{aligned} \nu &= 0.545 , x_\nu = 0.101 \text{ m} , y_\nu = 0 \text{ m} , \\ x_h &= 0.022 \text{ m} , y_h = 0 \text{ m}. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Wie erwartet bleibt die Frequenz ω_3 der Wankschwingung durch die Positionierung der Zusatzmassen auf der Längsachse ($y_\nu = y_h = 0 \text{ m}$) unverändert, die weiteren Parameter bewirken eine Entkopplung von Hub- und Nickschwingung sowie eine Maximierung der Frequenzabstände.

6 Parameteridentifikation

Messungen an dynamischen Systemen gestalten sich vielfach als aufwendig und schwierig, der Einblick in das dynamische Verhalten bleibt oft unbefriedigend. So ist in manchen Fällen aus Platzgründen das Anbringen oder auf Grund von Umgebungseinflüssen wie hohen Temperaturen der Einsatz von Sensoren problematisch. Bei der Auswahl der Sensoren ist auf eine dem Frequenzinhalt der Messgröße angepasste Sensordynamik sowie eine das Systemverhalten nicht beeinflussende rückwirkungsfreie Messtechnik zu achten, was nicht immer gewährleistet werden kann. Unerwünschte Effekte entstehen durch das Rauschen des Messsignals und Quantisierungsfehler bei der Umwandlung analoger Signale in diskrete Zeitreihen. In Simulationen dagegen sind alle Zustandsgrößen und beliebige Kombinationen davon schnell und ohne besondere Vorkehrungen zugänglich. Die Aussagekraft dieser Ergebnisse ist jedoch nur so gut wie das zu Grunde liegende Modell. Voraussetzung für gute Ergebnisse ist eine ausreichende Übereinstimmung des dynamischen Verhaltens von Simulationsmodell und realem System.

Für die Modellbildung mechanischer Systeme hat sich das in Kapitel 2 beschriebene Vorgehen bewährt. Bei der physikalischen Modellbildung bildet der Ingenieur das reale System durch Festlegung von Bewegungsmöglichkeiten, Elastizitäten und Trägheiten auf ein mechanisches Modell ab, bei der mathematischen Modellbildung formuliert er die Bewegungsgleichungen, wobei er eventuell durch geeignete Programmsysteme unterstützt wird. Viele Systemparameter der erstellten Modelle wie zum Beispiel Trägheiten und Geometrien sind bekannt und berechenbar, andere wie Reibkennlinien müssen jedoch experimentell ermittelt werden. Dazu können die entsprechenden Bauteile einzeln an Prüfständen untersucht und identifiziert werden. Ein anderer Ansatz ist die indirekte Identifikation durch einen Vergleich von Messungen und Simulationen am Gesamtsystem, Bild 6.1.

Der Einfluss der unbekannten Parameter auf das komplexe Systemverhalten ist oft schwierig vorherzusagen, so dass deren Bestimmung durch Variieren verschiedener Größen und Beobachtung der Auswirkung einen langwierigen Vorgang darstellen kann. Deshalb bietet sich bei der Parameteridentifikation der Einsatz von Optimierungsverfahren an. Die dazu notwendige Definition geeigneter Gütekriterien hängt stark vom untersuchten Phänomen ab, wobei Vergleiche zwischen Messung und Simulation im Zeitbereich nicht immer geeignet sind.

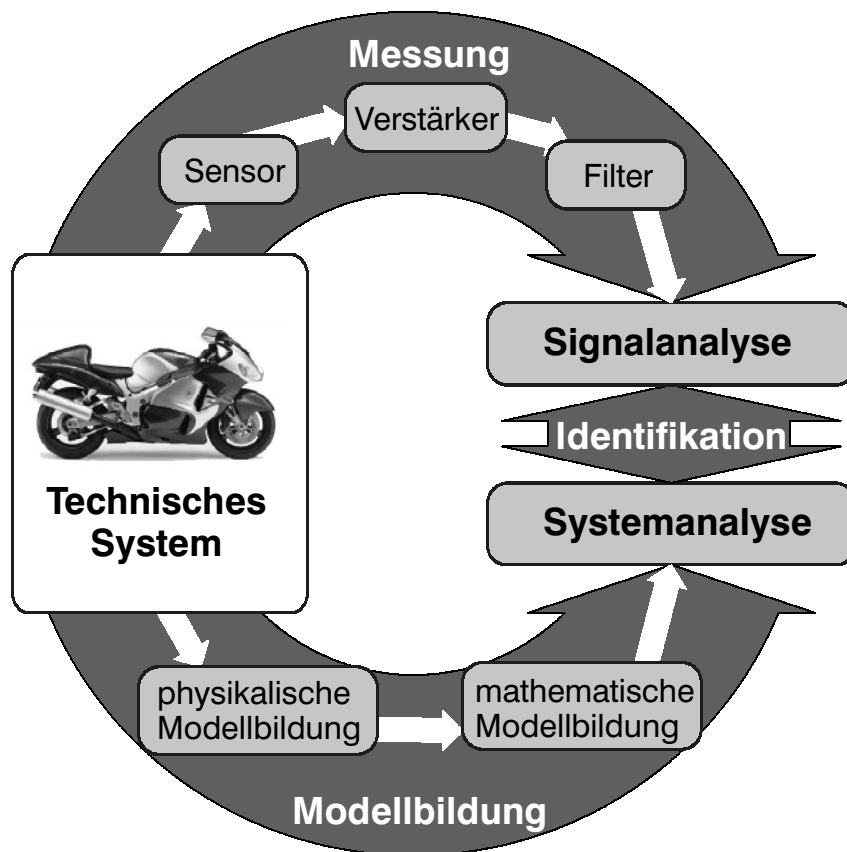


Bild 6.1: *Parameteridentifikation durch Vergleich von Messung und Modell*

In den folgenden Abschnitten wird der Einsatz der rechnergestützten Parameteridentifikation auf Basis der Optimierung am Beispiel zweier Werkzeugmaschinen demonstriert. Dabei werden verschiedene Gütefunktion eingesetzt, die analog dem Vorgehen der Mehrkriterien-Mehrmodell-Optimierung beim virtuellen Prototyping, BESTLE UND EBERHARD [6], zum Teil auf unterschiedlichen Modellen des gleichen Systems basieren. An geeigneten Beispielen wird die Verwendung von Fensterfunktionen zur Bewertung von Abweichungen, der Einsatz von Kriterien im Frequenzbereich, sowie Darstellungen im Phasendiagramm untersucht.

6.1 Identifikation der Parameter einer Linearachse

Der Einsatz virtueller Maschinen zum Test von Steuergeräten ist in Fahrzeugindustrie, SPÖRL UND BEINEKE [89], und Automatisierungstechnik, ALBERT UND TOMASZUNAS [2], weit verbreitet, um Funktionstests von Steuergeräten bzw. speicherprogrammierbaren Steuerungen durchzuführen. Die Durchführung automatisierter Tests auf Basis solcher virtueller Modelle wird gegenwärtig erforscht, SPÖRL UND HEPPNER [90]. Allerdings sind die für Funktionstests eingesetzten Modelle oft oberflächlich, auf eine

exakte Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens wird kein besonderer Wert gelegt. Deshalb kann die endgültige Reglerauslegung erst am realen System erfolgen. Der zunehmende Zeitdruck in der Produktentwicklung macht jedoch eine parallele Entwicklungsarbeit unabdingbar. Diese Forderung kann unter anderem durch die Reglerauslegung an virtuellen Maschinen erfüllt werden, KNIEBEL [48]. Reglerkoeffizienten können so bereits festgelegt werden, bevor der erste Prototyp fertiggestellt ist, was zu einer Verkürzung der Produktentwicklungszeiten führt. Notwendig für diese parallele Entwicklung ist eine genaue Wiedergabe des dynamischen Verhaltens der realen Maschine durch das Simulationsmodell.

Im Rahmen einer Machbarkeitsstudie soll deshalb die in Bild 6.2 dargestellte Linearachse als virtuelle Werkzeugmaschine abgebildet werden, um zu zeigen, dass eine Reglerauslegung an einer virtuellen Maschine möglich ist und der so gefundene Reg-

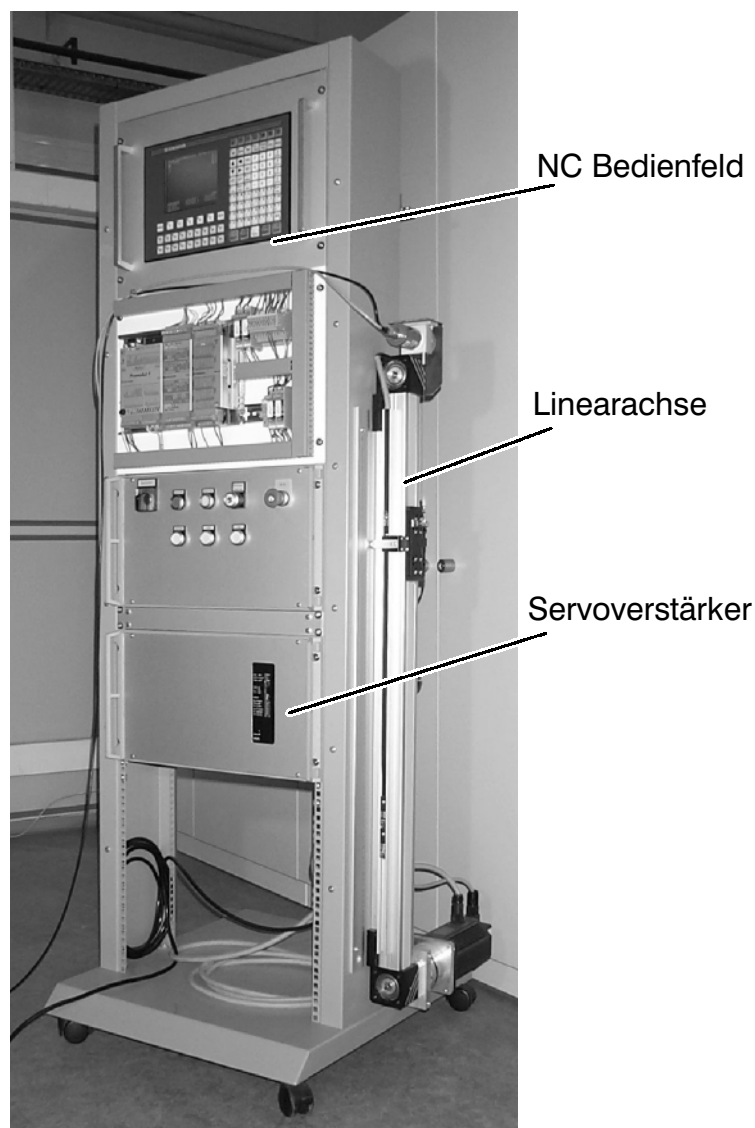


Bild 6.2: *NC-gesteuerte Linearachse*

ler auf die reale Strecke übertragen werden kann. Aus dieser Aufgabenstellung resultieren besonders hohe Anforderungen an die Genauigkeit des Modells, so dass dieses Projekt geeignet ist, die Vorteile der beschriebenen Methoden für den Einsatz von Optimierungsverfahren zur Parameteridentifikation darzustellen.

Für die Durchführung von Simulationen der Linearachse ist zunächst ein Modell der mechanischen und elektronischen Systemkomponenten zu erstellen. Zu den elektronischen Bauteilen zählen die im Servoverstärker integrierten Regler für Drehzahl und Strom sowie die Pulsweitenmodulation, zu den mechanischen Elementen Getriebe und Werkzeugschlitten, Bild 6.3. Der Motor kann nicht eindeutig einer der beiden Gruppen zugeordnet werden und wird deshalb aufgeteilt: Die Umwandlung elektrischer in mechanische Leistung wird den elektronischen Komponenten, die Trägheit der bewegten Teile dem mechanischen Modell zugeordnet.

Der Aufbau des elektronischen Teilsystems kann den Herstellerunterlagen [100] und [86] entnommen werden. Die Regelung ist als Kaskadenregelung konzipiert, bei der dem inneren Stromregelkreis ein Drehzahlregler überlagert ist, Bild 6.4. Laut Herstellerangaben arbeitet der Stromregelkreis im Kilohertzbereich, was durch einen Vergleich gemessener Stromsoll- und Istwerte bestätigt wird. Im Vergleich zu den eher langsamen Bewegungen der Mechanik kann deshalb die Dynamik des Stromreglers vernachlässigt und als Proportionalverstärkung modelliert werden. Der Drehzahlregler ist als PI-Regler ausgelegt, dessen Integralanteil einer Sättigungsgrenze unterliegt. Eine weitere nichtlineare Sättigungskennlinie ist bei der Messung hoher Drehzahlen zu berücksichtigen. Für die Umwandlung elektrischer in mechanische Leistung wird ein proportionaler Zusammenhang zwischen Strom i und Drehmoment M_M , d. h.

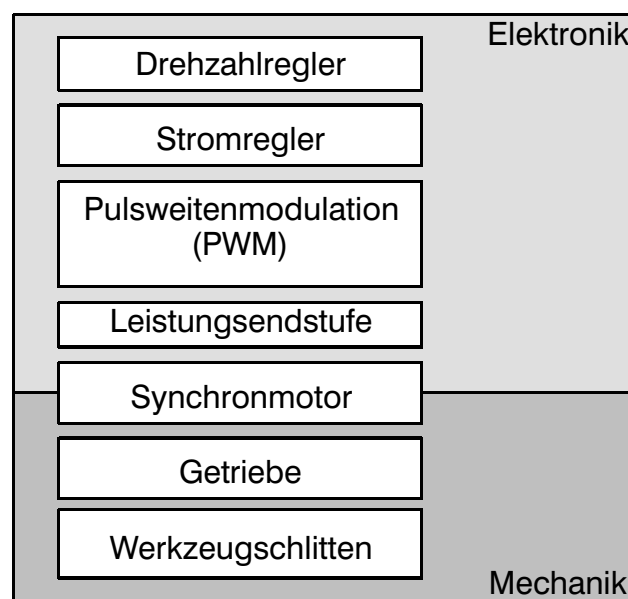


Bild 6.3: Komponenten der Linearachse

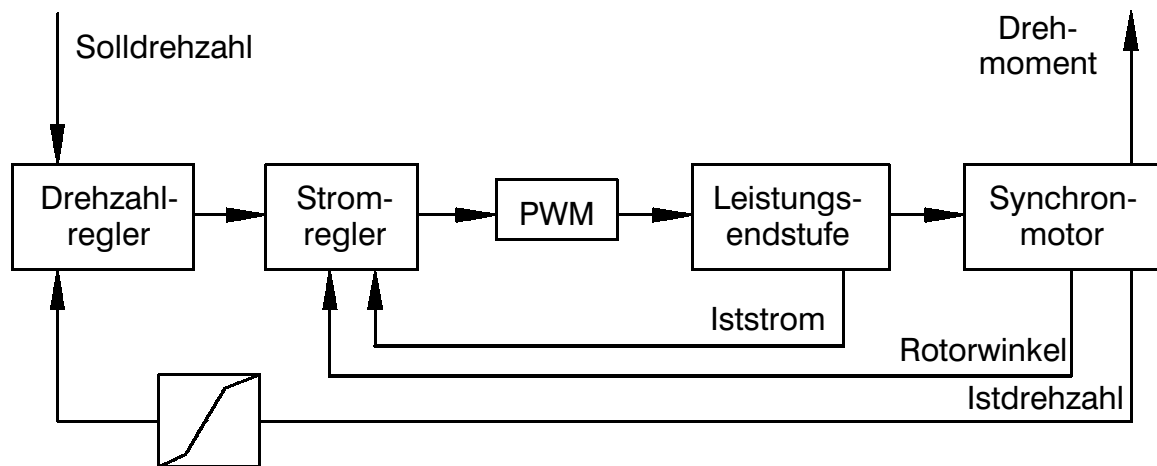


Bild 6.4: Aufbau der Drehzahlregelung eines Synchronmotors

$$M_M = K_T i \quad (6.1)$$

angesetzt, der die realen Verhältnisse gut widerspiegelt. Allerdings muss bei der Modellierung berücksichtigt werden, dass der maximale Strom und somit das zur Verfügung stehende Moment nicht unbegrenzt, sondern drehzahlabhängig ist. Diese Eigenschaft wird durch charakteristische Motorkennlinien beschrieben, die sich je nach Aufbau und Ansteuerung des Motors unterscheiden, z. B. HEIMANN ET AL. [35] oder WECK [102]. Für den vorliegenden bürstenlosen Synchronmotor gilt näherungsweise der in Bild 6.5 dargestellte Zusammenhang zwischen maximalem Moment und Drehzahl.

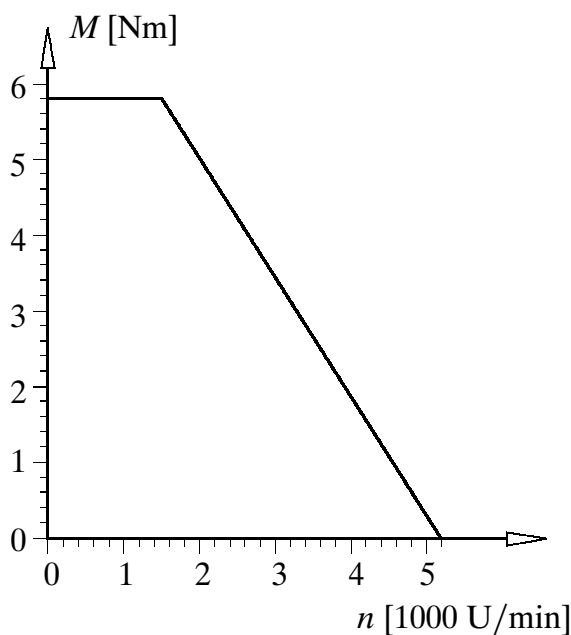


Bild 6.5: Kennlinie des Synchronmotors

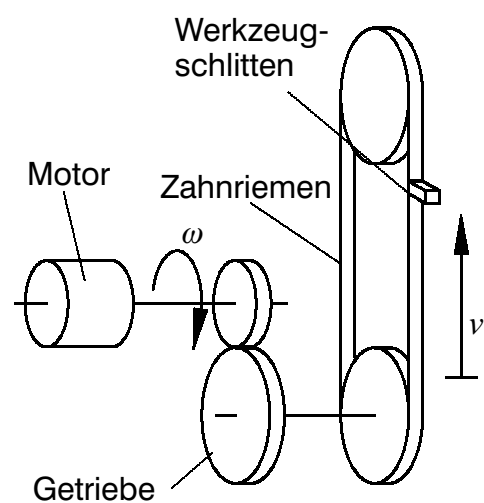


Bild 6.6: Mechanisches Modell der Linearachse

Bild 6.6 zeigt ein Modell der mechanischen Antriebskomponenten: Die Verdrehung der Antriebswelle des Motors ist über ein Getriebe und einen Zahnriemen mit der Bewegung des Werkzeugschlittens gekoppelt. Messungen zeigen, dass Schwingungen auf Grund der Elastizität von Getriebe und Zahnriemen so hochfrequent sind, dass sie im Normalbetrieb nicht angeregt werden und daher vernachlässigbar sind. Fasst man die Trägheiten des gesamten Antriebsstrangs zu einer Ersatzträgheit \hat{I} zusammen, folgt für die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$ der Motorwelle aus dem Drallsatz

$$\hat{I} \dot{\omega} = M_M - M_R - M_L \quad (6.2)$$

mit dem stromabhängigen Motormoment $M_M(i)$, dem drehzahlabhängigen Reibmoment $M_R(\omega)$ und dem auf die Motorwelle bezogenen äußeren Lastmoment $M_L(t)$. Aus Versuchen mit langsamer Geschwindigkeitsänderung $\dot{\omega} \ll 1$ kann man durch Strommessung entsprechend Gleichung (6.1) bei Lastfreiheit ($M_L = 0$) aus Gleichung (6.2) näherungsweise das Reibmoment $M_R \approx M_M = K_T i$ ermitteln. Es zeigt sich ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Winkelgeschwindigkeit und Reibmoment, der mit geeigneter Wahl der Koeffizienten c_1 und c_2 durch die Funktion

$$M_R = c_1 \omega^{c_2} \quad (6.3)$$

angenähert werden kann.

Nach der physikalischen Modellbildung sind den Systemparametern für die Durchführung von Simulationen entsprechende Werte zuzuweisen. Dabei können einige Parameter wie die Drehmomentkonstante oder die Motorkennlinie den Herstellerunterlagen entnommen werden. Andere, wie die Gesamtträgheit des Antriebs, sind überschlägig abzuschätzen, während Parameter wie die Reglerkoeffizienten und Reibungskennlinien gänzlich unbekannt sind und nur aus Messungen am System ermittelt werden können. Damit verbleibt eine Parameteridentifikationsaufgabe zur Verifizierung und gegebenenfalls Korrektur der Schätzwerte sowie zur Festlegung der noch unbekannten Modellparameter.

Bei der Durchführung von Messungen an der vorliegenden Maschine ist es möglich, beliebige Drehzahlsollwerte vorzugeben und die Zeitschriebe von Sollstrom, Iststrom und Drehzahl aufzuzeichnen. Da die einzelnen Systemparameter auf verschiedene Bewegungsabläufe unterschiedlich großen Einfluss haben, kommt der Wahl der Drehzahlvorgaben eine nicht unerhebliche Bedeutung zu. Für die Ermittlung der Reibungskennlinie wäre, wie bereits beschrieben, ein langsam ansteigender Drehzahlverlauf wünschenswert, bei dem Trägheitskräfte vernachlässigt werden können. Dieses Vorgehen lässt sich jedoch auf Grund des beschränkten Schlittenwegs nicht vernünftig realisieren. Als Ausweg wird der Schlitten in mehreren Versuchen jeweils auf konstante Geschwindigkeit mit unterschiedlichem Betrag gebracht, um einzelne

Punkte der Kennlinie zu ermitteln. Für die Ermittlung der Trägheit und der Reglerparameter bieten sich dagegen Drehzahl-sollwertsprünge unterschiedlicher Höhe an.

Die 6 unbekannten bzw. vorab geschätzten Parameter des Systems, namentlich die Koeffizienten c_1 und c_2 der Reibungskennlinie, die Ersatzträgheit \hat{I} des Antriebs sowie Reglerverstärkung P , Integrationszeitkonstante T_I und Integrationssättigung \hat{i} des Drehzahlreglers, sollen durch eine Optimierung den realen Parametern so angepasst werden, dass die Abweichungen zwischen Modell und Messung minimiert werden. Prinzipiell könnte diese Optimierung auf Basis einer einzigen Gütefunktion durchgeführt werden, welche die Abweichungen aller Messgrößen von den entsprechenden berechneten Modellgrößen über alle durchgeführten Versuche summiert. Besser geeignet erscheint jedoch das Mehrkriterienkonzept mit mehreren angepassten Kriterien und zugeordneten Versuchen, um die unterschiedlichen Einflüsse deutlicher zu erkennen. Durch Vorgabe aktiver und inaktiver Parameter bzw. Kriterien ist dann eine schrittweise Optimierung einzelner Parameter auf Basis unterschiedlicher Modelle und Gütefunktionen möglich, die sich am iterativen Vorgehen einer von Hand durchgeführten Bestimmung der Parameter orientiert. Dazu werden die drei in Bild 6.7 gekennzeichneten Modellabgrenzungen gewählt, auf deren Basis je ein Kriterium definiert wird. Teilmodell 1 hängt nur von den Koeffizienten der Reibungskennlinie ab, Teilmodell 2 enthält zusätzlich die Ersatzträgheit, das Gesamtmodell beinhaltet schließlich alle Parameter inklusive der Reglerkoeffizienten.

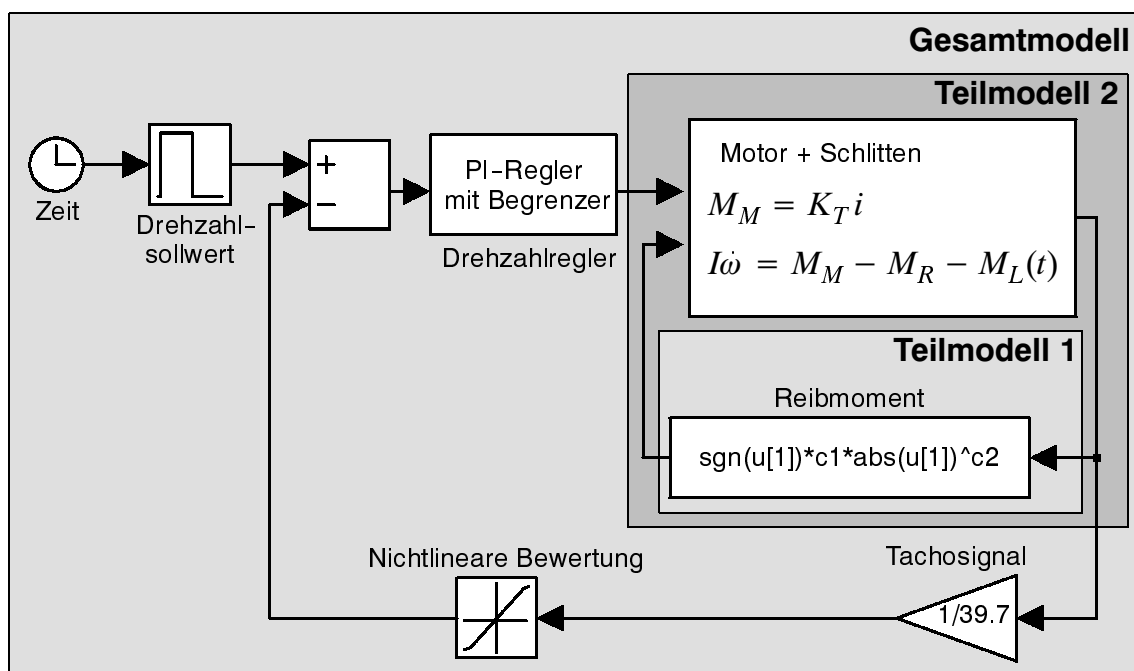


Bild 6.7: Simulationsmodell der Linearachse

Für die Ermittlung der Koeffizienten c_1 und c_2 werden n_1 Versuche mit unterschiedlicher Winkelgeschwindigkeit ω_i gefahren und die zugehörigen Motormomente M_i gemessen. Als Gütekriterium eignet sich die Summe der quadratischen Abweichungen dieser Messwerte vom Ansatz (6.3) für die Reibungskennlinie:

$$\psi_1 = \sum_{i=1}^{n_1} \left(M_i - c_1 \omega_i^{c_2} \right)^2. \quad (6.4)$$

Nach der Festlegung der Reibkennlinie wird in einem zweiten Schritt zur Bestimmung der Ersatzträgheit der bei der Sprungantwort am realen System gemessene Stromverlauf aus n_2 Versuchen mit unterschiedlicher Sprunghöhe dem Teilmodell 2 eingeprägt. Das entsprechende Kriterium

$$\psi_2 = \sum_{i=1}^{n_2} \left(t_{iM} - t_{iS} \right)^2 \quad (6.5)$$

summiert die Fehlerquadrate zwischen gemessenen und simulierten Zeiten bis zum Erreichen der Solldrehzahl, wobei die genauen Zeiten durch lineare Interpolation der Drehzahlen zwischen den Zeitpunkten vor und nach Überschreiten der Solldrehzahl ermittelt werden.

Für den abschließenden letzten Optimierungslauf auf Basis des Gesamtmodells wird die quadratische Differenzfläche zwischen Sollstrommessung und -simulation

$$\psi_3 = \sum_{i=1}^{n_3} \int_0^{T_i} \left(i_M(t) - i_S(t) \right)^2 dt \quad (6.6)$$

bei Vorgabe unterschiedlicher Solldrehzahlsprünge herangezogen. In diesem letzten Schritt werden alle Parameter variiert, wobei die aus den beiden vorherigen Schritten gewonnenen Parameterwerte als Startwerte dienen. Die beiden Kriterien ψ_1 und ψ_2 werden dabei ebenfalls berücksichtigt, indem nur eine beschränkte Verschlechterung durch Einführung entsprechender Nebenbedingungen zugelassen wird. Die schrittweise Optimierung der Parameter hat den Vorteil, dass die Optimierung des komplexen Gesamtmodells mit guten Startwerten aus den vorher durchgeführten Anpassungen gestartet wird. Damit sinkt im Vergleich zur direkten Minimierung die Wahrscheinlichkeit, dass die Optimierung in einem lokalen Minimum konvergiert.

Simulationen mit den auf die beschriebene Art ermittelten Systemparametern stimmen für alle untersuchten Sprungfunktionen gut mit den Messungen überein, Bild 6.8. In der Beschleunigungs- und Verzögerungsphase treten sehr hohe Ströme auf, während bei konstanter Geschwindigkeit geringe Ströme zur Überwindung des Reibwi-

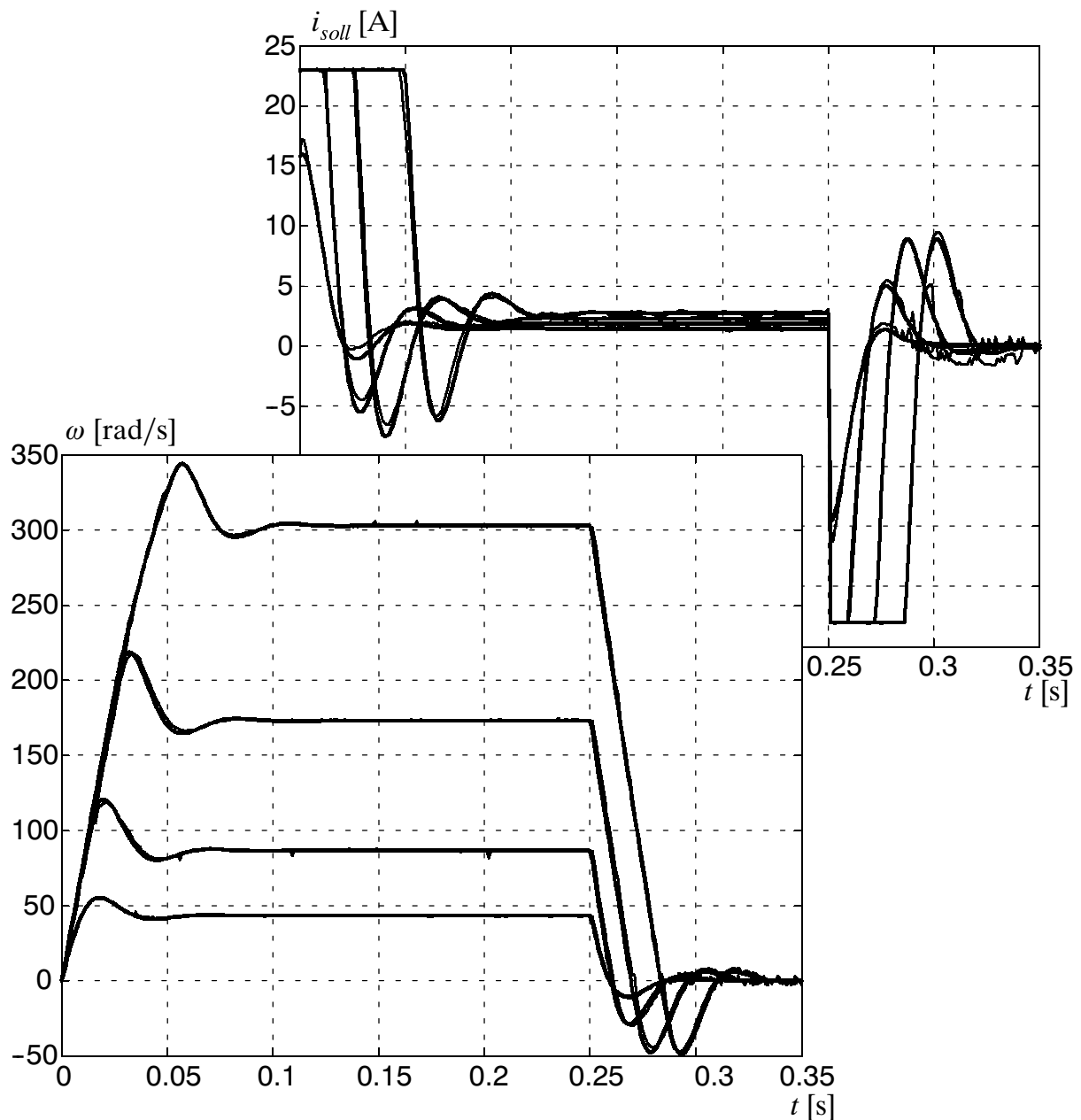


Bild 6.8: Simulierter (-) und gemessener (-) Sollstrom- und Drehzahlverlauf

derstands ausreichen. Ein Überschwingen der Drehzahl über die entsprechenden sprungförmigen Sollwerte tritt sowohl bei der Beschleunigungsphase als auch beim Abbremsen auf. Das im Wesentlichen durch die Strombegrenzung verursachte nicht-lineare Verhalten wird im Drehzahlverlauf sehr gut wiedergegeben. Die größten optisch wahrnehmbaren Differenzen finden sich im Stromverlauf beim kleinsten durchgeführten Sollwertsprung unmittelbar nach dem Simulationsstart, Bild 6.9a. Bei allen anderen Anregungen wird in diesem Zeitbereich der durch den Motor begrenzte Maximalstrom erreicht, so dass dort Messung und Simulation gut übereinstimmen. Um den fehlerhaften Bereich bei der Berechnung des Kriteriums (6.6) stärker zu gewich-

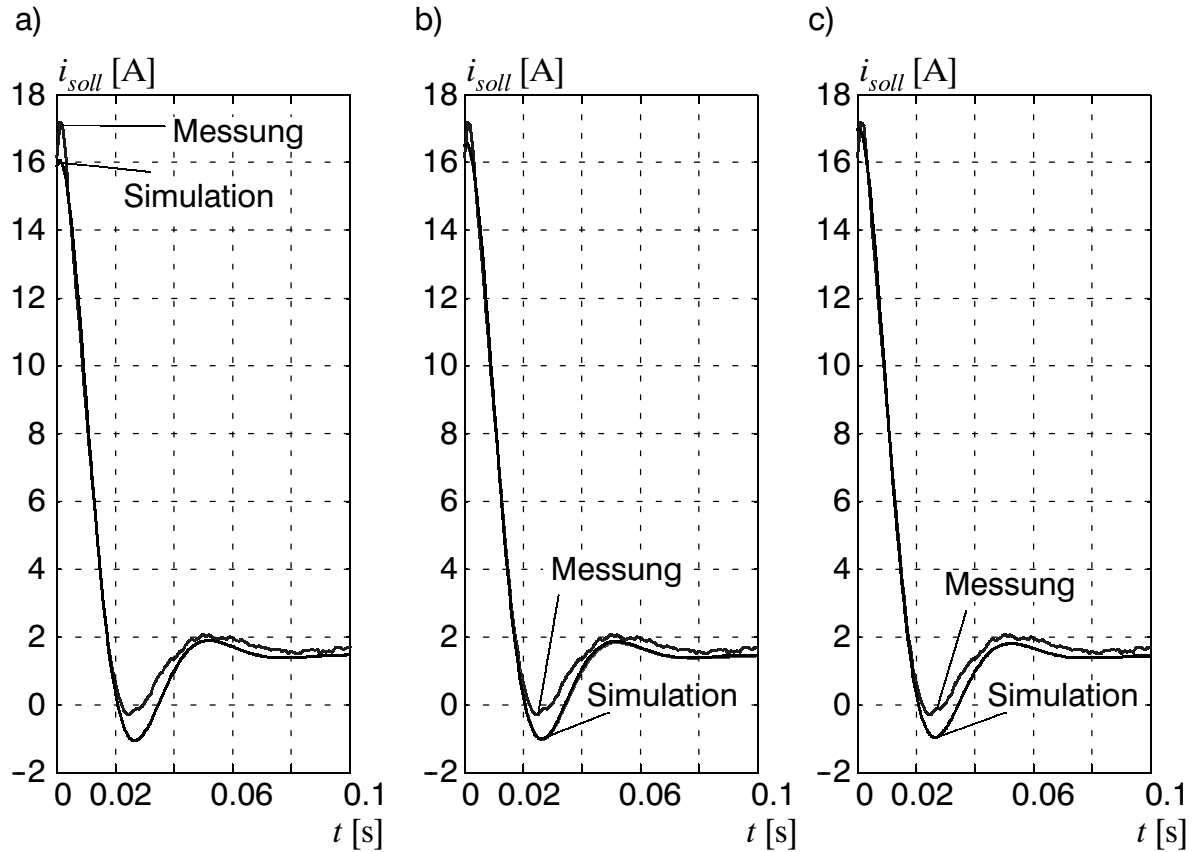


Bild 6.9: Sollstromverlauf mit unterschiedlichen Parametern

a) Optimierung mit Kriterium (6.6) ohne Bewertung

b) Optimierung mit Exponential- oder Dynamikfenster entsprechend Gl. (6.9)

c) Optimierung mit zusätzlicher Gewichtung entsprechend Gl. (6.10)

ten, können Bewertungsfunktionen eingesetzt werden. Da der Unterschied zu Beginn, d. h. für kleine Zeiten t auftritt, ist die Gewichtung durch die Exponentialfunktion

$$w(t) = e^{-\alpha t}, \alpha > 0 \quad (6.7)$$

sinnvoll. Alternativ kann eine stärkere Gewichtung des Anfangsbereichs durch eine Gewichtungsfunktion erreicht werden, welche die dort auftretenden hohen Stromänderungen detektiert:

$$w(t) = \frac{1}{2\Delta t} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \left| \frac{di}{dt}(\tau) \right| d\tau. \quad (6.8)$$

Die Verwendung des Zeitfensters Δt entspricht dabei einer Filterfunktion: Kleine Zeitfenster führen zu hohen Verstärkungen in der unmittelbaren Umgebung der Stromänderungen, große Zeitfenster glätten die Gewichtungsfunktion und führen zu einer gleichmäßigen Gewichtung. Die Ergebnisse der Optimierung mit dem geänderten Kriterium

$$\psi_3^{(w)} = \sum_{i=1}^{n_3} \int_0^{T_i} w(t) (i_M(t) - i_S(t))^2 dt \quad (6.9)$$

zeigt Bild 6.9b. Im betrachteten Zeitbereich ergibt sich für beide Bewertungsfunktionen eine nahezu gleiche Verringerung der Abweichung, ohne in anderen quasistationären Bereichen eine optisch auffällige Verschlechterung zu verursachen. Trotzdem kann alleine durch den Einsatz der Bewertungsfunktionen keine befriedigende Übereinstimmung von Messung und Simulation erreicht werden.

Eine weitere Modifikation des Kriteriums kann durch unterschiedliche Gewichtung der einzelnen Messungen erreicht werden. Bei der Untersuchung linearer Systeme ist die Abweichung proportional zum Eingangssignal u_i , so dass eine Gewichtung der Fehler umgekehrt proportional zum Anregungssprung zu einer ausgewogenen Berücksichtigung aller Messungen führt. Mit diesem Ansatz lautet die Gütefunktion

$$\psi_3^{(u,w)} = \sum_{i=1}^{n_3} \frac{1}{u_i} \int_0^{T_i} w(t) (i_M(t) - i_S(t))^2 dt, \quad (6.10)$$

wobei für $w(t)$ die Exponentialfunktion (6.7) verwendet wird. Durch die im Vergleich zu den bisher verwendeten Gütefunktionen (6.6) und (6.9) stärkere Gewichtung des betrachteten Anregungssprungs kann der Fehler im oberen Bereich weiter reduziert

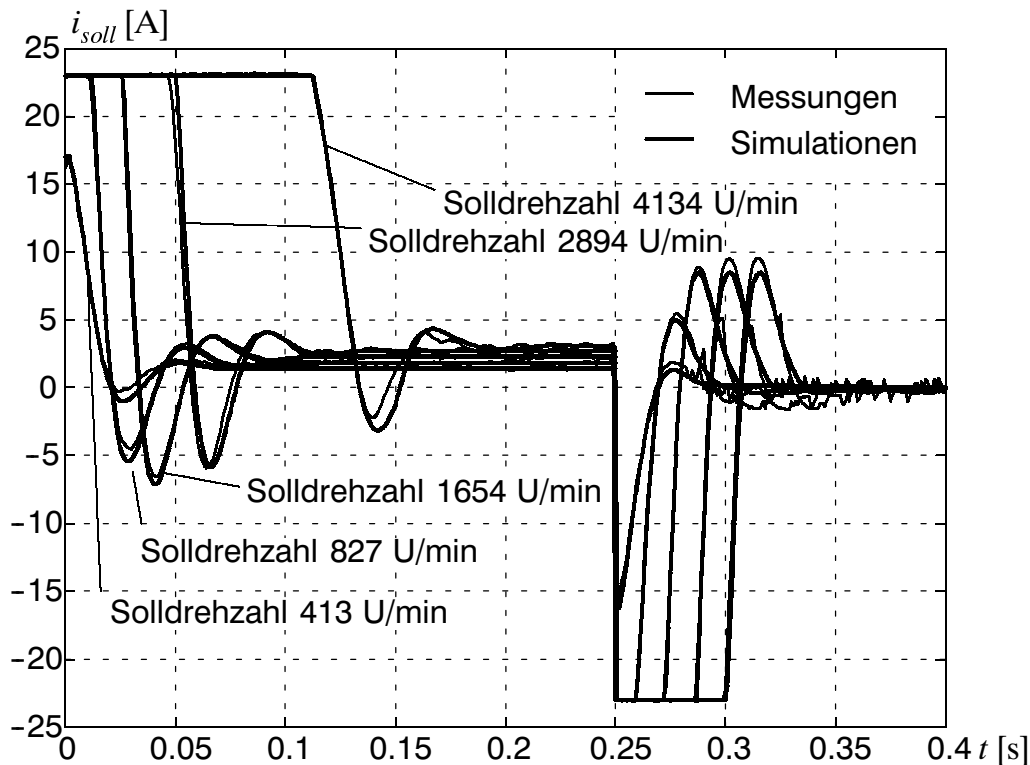


Bild 6.10: Sollstromverlauf für unterschiedliche Drehzahlsprünge

werden, Bild 6.9c. Einen Überblick über die schrittweise Optimierung mit unterschiedlichen Teilmodellen und Gütefunktionen, sowie den Einfluss der verwendeten Fensterfunktionen und Gewichtungsfaktoren auf die gefundenen Parameter gibt Tabelle 6.1. Ein Vergleich zwischen Messkurven und Simulationen mit den auf Basis von Kriterium (6.10) ermittelten Parametern ist für 5 Drehzahlsollwertsprünge in Bild 6.10 zusammengestellt.

Tabelle 6.1: *Ergebnisse der Optimierungsläufe zur Identifikation einer Linearachse*

Identifikation	Kriterium und Nebenbedingung	Parameter
Reibungskennlinie	$\min_{c_1 c_2} \psi_1$	$c_1 = 0.13 \text{ Nm}, c_2 = 0.29$
Ersatzträgheit	$\min_{\hat{I}} \psi_2$	$\hat{I} = 684 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$
komplettes Modell	$\min_p \psi_3 \left \psi_1 < \bar{\psi}_1, \psi_2 < \bar{\psi}_2 \right.$	$c_1 = 0.11 \text{ Nm}, c_2 = 0.32$ $\hat{I} = 685 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$ $P = 15.9 \text{ A/V}, T_I = 6.7 \text{ ms}$ $\hat{i} = 34.7 \text{ A}$
Gesamtmodell mit Exponentialfenster	$\min_p \psi_3^{(w)} \left \psi_1 < \bar{\psi}_1, \psi_2 < \bar{\psi}_2 \right.$	$c_1 = 0.11 \text{ Nm}, c_2 = 0.33$ $\hat{I} = 692 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$ $P = 16.5 \text{ A/V}, T_I = 6.9 \text{ ms}$ $\hat{i} = 34.2 \text{ A}$
Gesamtmodell mit dynamischem Fenster	$\min_p \psi_3^{(w)} \left \psi_1 < \bar{\psi}_1, \psi_2 < \bar{\psi}_2 \right.$	$c_1 = 0.11 \text{ Nm}, c_2 = 0.32$ $\hat{I} = 689 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$ $P = 16.5 \text{ A/V}, T_I = 6.8 \text{ ms}$ $\hat{i} = 35.2 \text{ A}$
Gesamtmodell mit Exponentialfenster und Gewichtung	$\min_p \psi_3^{(u,w)} \left \psi_1 < \bar{\psi}_1, \psi_2 < \bar{\psi}_2 \right.$	$c_1 = 0.11 \text{ Nm}, c_2 = 0.33$ $\hat{I} = 699 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$ $P = 17.0 \text{ A/V}, T_I = 7.0 \text{ ms}$ $\hat{i} = 34.6 \text{ A}$

6.2 Identifikation nichtlinearer Kennlinien einer Werkzeugmaschine

Federn werden in großer Stückzahl in unterschiedlichsten Formen mit variierenden Drahtdurchmessern und Kennlinien gebraucht, und dies bei einem minimalen Preis. Um diesem Anspruch an Flexibilität gerecht zu werden, werden heute numerisch ge-

gesteuerte Federwindemaschinen eingesetzt, deren hoher Anschaffungspreis sich nur durch eine exakte und gleichzeitig schnelle Fertigung von Federn amortisiert. Für die Untersuchung von Fehlerursachen bei einer solchen Federwindemaschine soll mit einem Simulationsmodell das dynamische Verhalten der realen Maschine nachgebildet werden. Durch Änderungen am Modell können dann mit vergleichbar geringem Aufwand in kurzer Zeit verschiedene regelungstechnische Konzepte oder konstruktive Veränderungen realisiert und ihr Einfluss auf die Qualität des Produkts untersucht werden. Voraussetzung hierfür ist jedoch auch hier eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und realer Maschine, die durch Vergleiche von Messungen und Simulationsergebnissen zu bestätigen ist. Darüberhinaus können unbekannte Reibkennlinien oder Störgrößen des Systems mit Hilfe von Parameteridentifikationsverfahren ermittelt werden.

Bild 6.11 zeigt die zu untersuchende NC gesteuerte Federwindemaschine mit zwei Antrieben. Ein Servomotor treibt vier Einzugwalzen an, über die der Federdraht nach dem Durchlaufen der Richtwalzen der Maschine zugeführt wird. Der zweite Motor ist über Zahnriemen mit der Formeinrichtung, welche die Steigung der Spiralfeder beeinflusst, dem Windesystem, das den Federradius festlegt, sowie der Schneideinrichtung gekoppelt. Der Aufbau und die wesentlichen Parameter der elektronischen Komponenten der Maschine kann den Herstellerunterlagen des digitalen Servoreglers [53] und den Datenblättern der Motoren [54] entnommen werden. Dabei sind die Verstärkungsfaktoren und Zeitkonstanten des Reglers im Gegensatz zur Identifikation

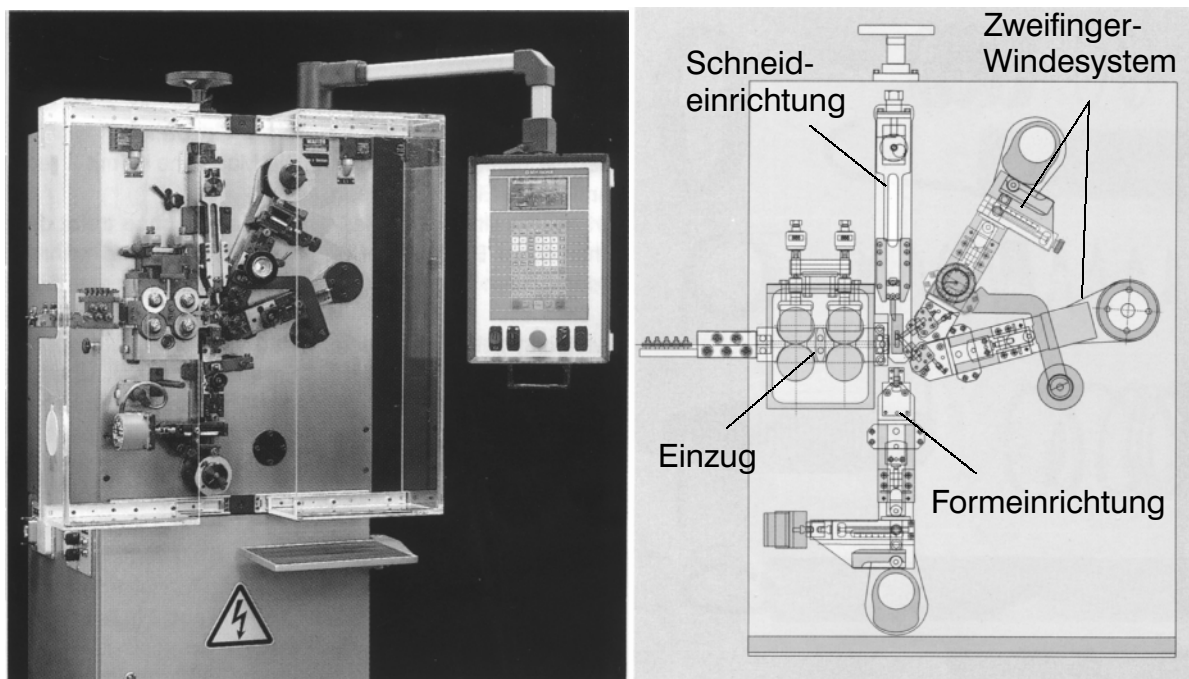


Bild 6.11: Federwindmaschine FSR 22, siehe WAFIOS [99]

im vorangehenden Abschnitt bekannt, da sie über eine Rechnerschnittstelle gesetzt und ausgelesen werden können. Die Beschreibung der mechanischen Komponenten erfolgt durch Bewegungsgleichungen auf Basis der Mehrkörpersysteme und ist im Forschungsbericht [8] dokumentiert. Dazu sind der konstruktive Aufbau sowie die massengeometrischen Parameter den Konstruktionsunterlagen zu entnehmen. Als wesentliche Unbekannte bleiben Reibungskräfte, die an verschiedenen Kontaktstellen im System auftreten, sowie Widerstandskennlinien der Antriebe und Zahnriemen. Im Folgenden sollen nur einige Besonderheiten dargestellt werden, die sich bei der Identifikation dieser Maschine zeigten, das grundsätzliche Vorgehen entspricht dem bei der Linearachse.

Messungen am Einzug zeigen bei konstanter Solldrehzahl Schwingungen im Strom- und Drehzahlverlauf, deren Amplituden mit wachsender Drehzahl überproportional zunehmen, Bild 6.12. Des Weiteren kann ein proportionaler Zusammenhang zwi-

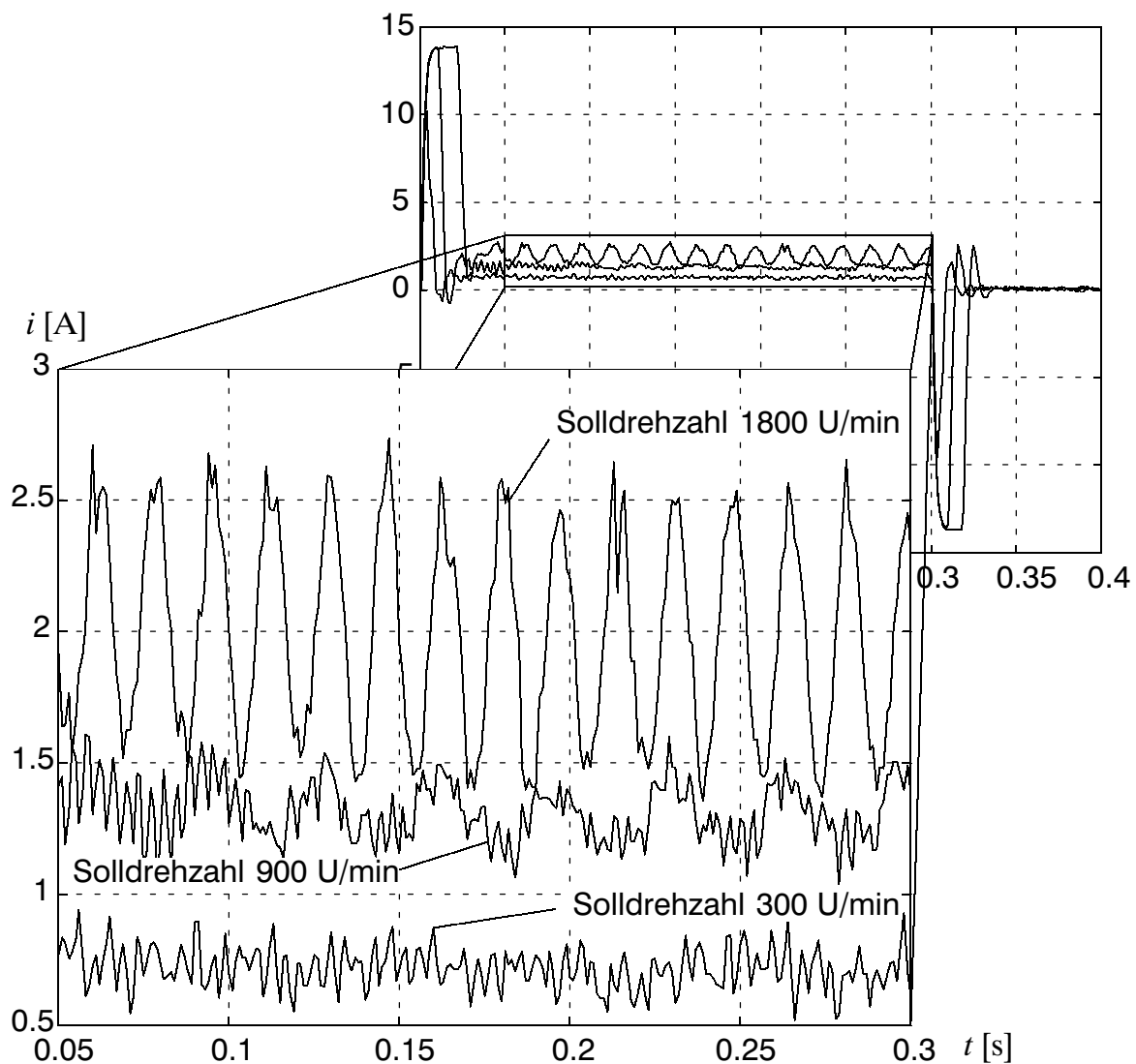


Bild 6.12: Stromschwankungen bei unterschiedlichen Drehzahlen

schen der Drehzahl des Motors und der Frequenz der Schwingung festgestellt werden. Solche Schwingungen können durch Rastmomente, welche aus der diskreten Polzahl des Servomotors resultieren, ZHU UND HOWE [106], oder einen schlecht ausgelegten Motor bzw. Stromregler verursacht werden, ONG [70]. Da ein geeignetes Motormodell zur Berücksichtigung dieses Effekts nicht zur Verfügung steht und auf Grund der irrationalen Getriebeübersetzung mechanische Effekte sowie wegen der strengen Drehzahlabhängigkeit schwach gedämpfte Eigenwerte der Drehzahlregelung als Ursache ausgeschlossen werden können, wird ein künstliches Störmoment mit dem Ansatz

$$M_S = k \omega^2 \sin(2\varphi) \quad (6.11)$$

eingeführt. Die unbekannte Verstärkung k soll mit Hilfe von Optimierungsverfahren aus einem Vergleich zwischen Simulation und Messungen ermittelt werden. Dabei kann die Verwendung von Gütefunktionen (3.13) zur Bewertung der Abweichung zwischen Simulation und Messung im Zeitbereich problematisch sein. Bereits geringe Drehzahlfehler, wie sie beispielsweise selbst bei einer gut abgeschätzten Reibungskennlinie auftreten, führen zu einer zeitlichen Verschiebung von gemessenen und simulierten Schwingungen und damit einem großen integralen Fehler. Aus diesem Grund werden die Kriterien (3.16) und (3.17) zur getrennten Bewertung von Frequenzabweichung und Amplitudenfehler auf Basis von Fourierkoeffizienten eingesetzt.

Die in Gleichung (6.11) enthaltene Motorfrequenz ω wird im vorliegenden stationären Betrieb im Wesentlichen durch den Verlauf der drehzahlabhängigen Reibkennlinie beeinflusst. Somit kann in einem ersten Optimierungsschritt eine Ermittlung diskreter Stützstellen der Kennlinie durch Minimierung des Frequenzkriteriums (3.16) durchgeführt werden. Zwischen den Stützstellen liegende Reibwerte erhält man durch lineare Interpolation. Anschließend wird die Schwingungsverstärkung k des Störmoments (6.11) auf Basis des Amplitudenkriteriums (3.17) ermittelt. Die in Bild 6.13 dargestellten Ergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der Schwingungsamplituden und -frequenzen bei unterschiedlichen Drehzahlen des Motors.

Ebenso wie bei den Messungen am Einzug treten auch am zweiten Antrieb beim Betrieb der Schneideinrichtung Schwankungen im Strom- und Drehzahlverlauf bei konstanter Solldrehzahlvorgabe auf. Diese Schwingungen haben jedoch eine mechanische Ursache und werden unter Vernachlässigung quadratisch kleiner Terme durch die Bewegungsgleichung

$$mr^2 \left(1 - 2 \frac{b}{a} \cos^2 \gamma \right) \ddot{\gamma} + m r^2 \frac{b}{a} \dot{\gamma}^2 \sin 2\gamma = mgr \sin(\gamma - \delta_0) - F_W r \sin \gamma \quad (6.12)$$

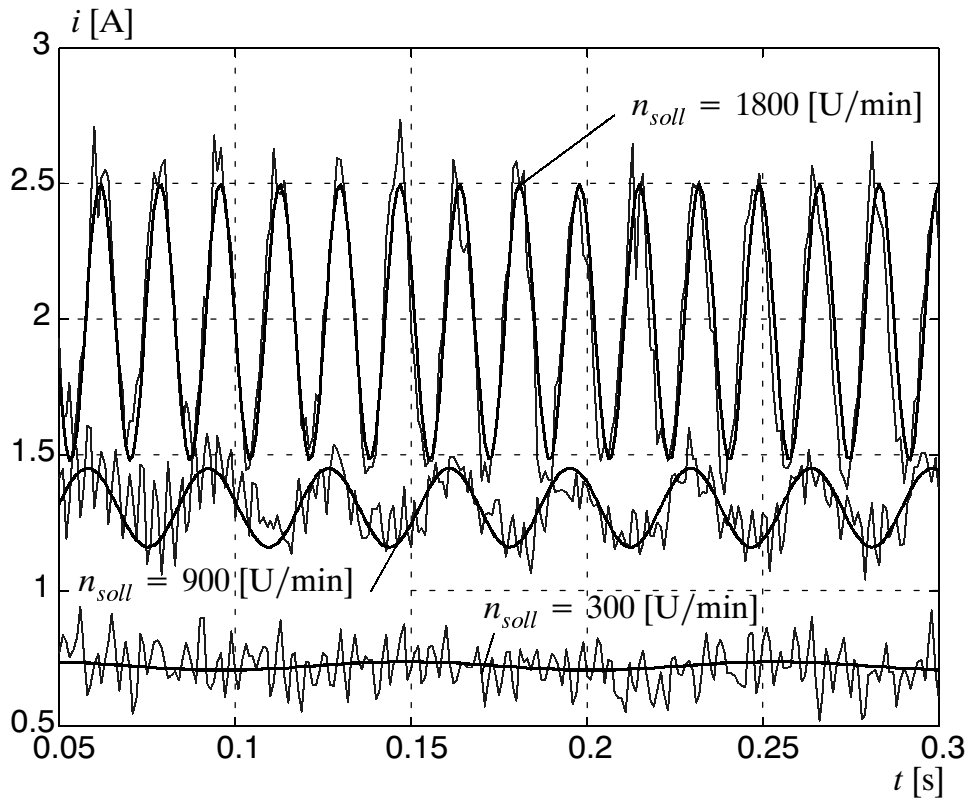


Bild 6.13: Vergleich von gemessenen und simulierten Stromsignalen bei unterschiedlichen Solldrehzahlen

des in Bild 6.14 dargestellten Exzenterantriebs beschrieben, BESTLE UND GLORA [8]. Die aus der Relativbewegung des Schiebers in der Führung resultierenden Widerstandskräfte F_W sind dabei als einzige Unbekannte der Bewegungsgleichung experimentell zu bestimmen. Da eine direkte Ermittlung der Reibungskennlinie auf einem Prüfstand durch Vorgabe der Relativbewegung und Messung der entsprechenden Kräfte nicht durchführbar war, muss die Kennlinie indirekt aus einem Vergleich von Messung und Simulation am kompletten Exzenterantrieb gewonnen werden. Dabei tragen jedoch nicht nur die Reibkräfte zu Schwingungen bei, sondern auch das nicht konstante Trägheitsmoment und Nichtlinearitäten in den Termen der Zentrifugal- und äußeren Kräfte. Zusätzliche Effekte entstehen bei der Rückführung der Drehzahl-schwankungen durch den Drehzahlregler, so dass eine Identifikation der Reibkennlinie auf Basis reinen Probierens aussichtslos erscheint. Deshalb wird auch hier eine computergestützte Identifikation der Kennlinie auf der Basis von Optimierungsverfahren gewählt, wobei in diesem Fall keine konkreten Annahmen über den Funktionsverlauf gemacht werden können. Daher wird die Kennlinie diskretisiert und die Stützstellen der Widerstandskraft für vorgegebene Relativgeschwindigkeiten als Optimierungsparameter eingeführt, Bild 6.15. Reibkräfte für dazwischen liegende Geschwindigkeiten werden durch lineare oder Spline-Interpolation ermittelt.

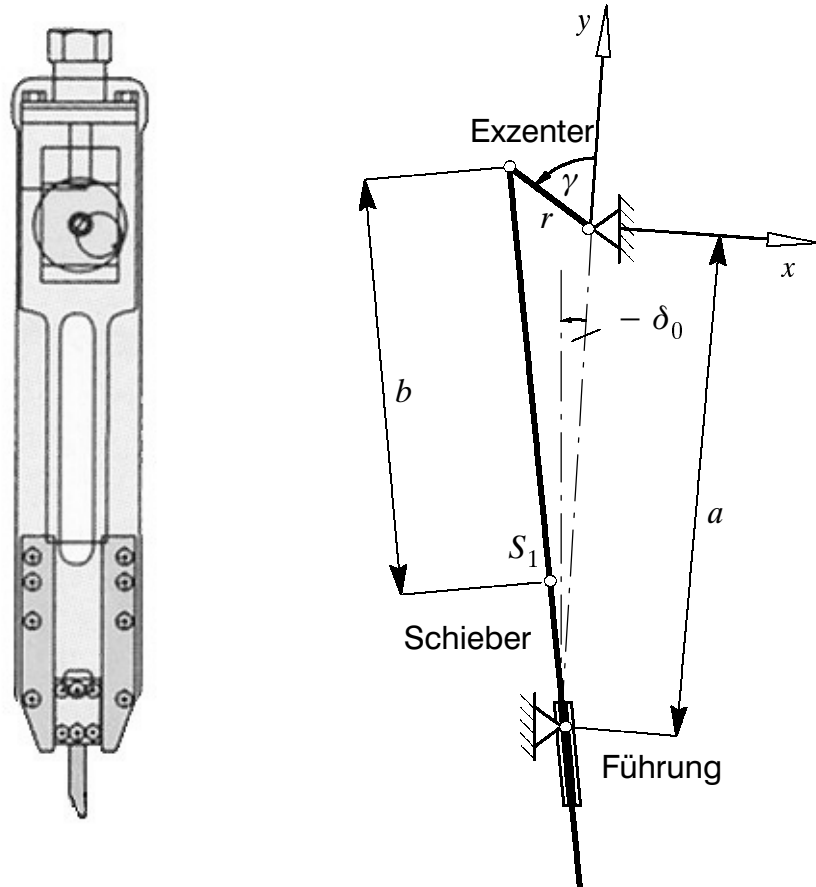


Bild 6.14: *Aufbau der Schneideinrichtung*

Bei der Festlegung geeigneter Gütefunktionen treten im Zeitbereich die bereits vom Einzug bekannten Driftprobleme auf. Um die Zeitabhängigkeit auszublenden, wird hier eine Darstellung der Messungen im Phasenraum gewählt, im vorliegenden Fall das Auftragen der Drehzahl- oder Stromschwankungen über dem Drehwinkel γ , Bild 6.16. Trotz des Rauschanteils ist eine deutliche Abhängigkeit des Verlaufs vom Exzenterwinkel erkennbar, allerdings bereitet sowohl das Messrauschen als auch die nicht äquidistante, sondern die durch schwankende Drehzahlen bedingte ungleiche Abszissenaufteilung Probleme beim Vergleich mit Simulationsergebnissen. Um sowohl den Rauschanteil zu unterdrücken als auch eine geeignete Form für die Formulierung der Gütefunktion festzulegen, wird der Winkelbereich in K diskrete Abschnitte der Breite $\Delta\gamma$ unterteilt und ein entsprechender mittlerer Stromwert $\hat{i}_k = \hat{i}(\gamma_k)$ festgelegt. Werden alle in einem Bereich enthaltenen Messwerte i_n , $n = 1(1)N$, beispielsweise durch ein Hanning-Fenster

$$w_k(\gamma) = \cos^2\left(\frac{\gamma - \gamma_k}{\Delta\gamma}\pi\right) \quad (6.13)$$

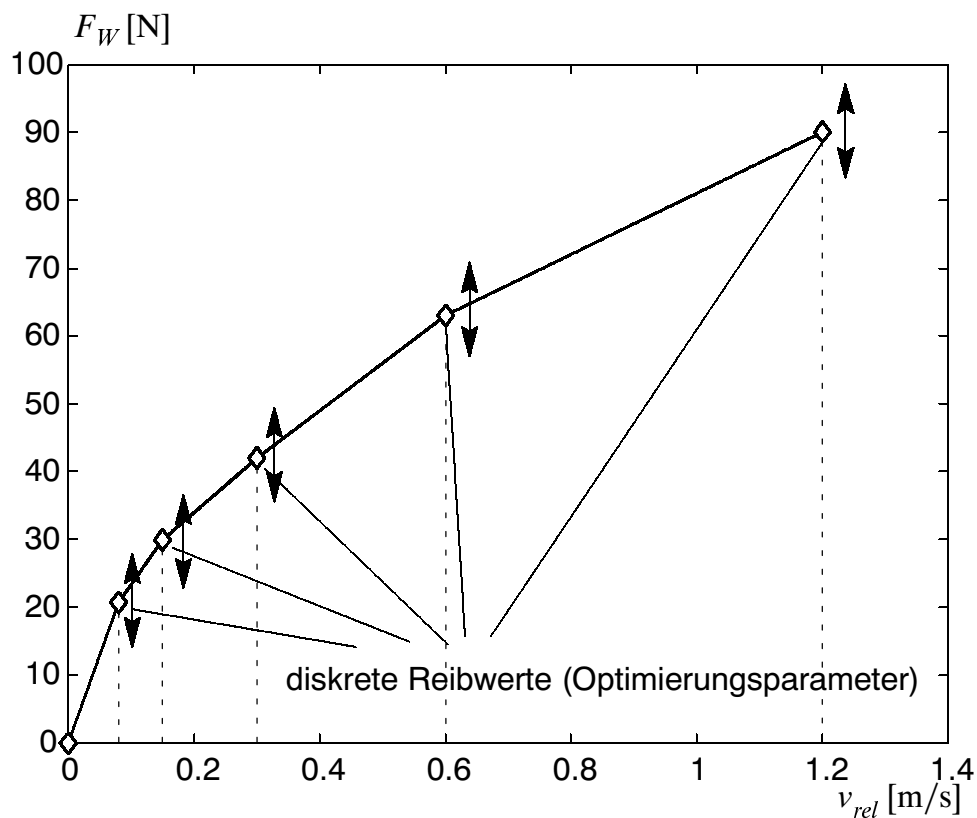


Bild 6.15: Kennlinie der Reibkraft bei linearer Interpolation

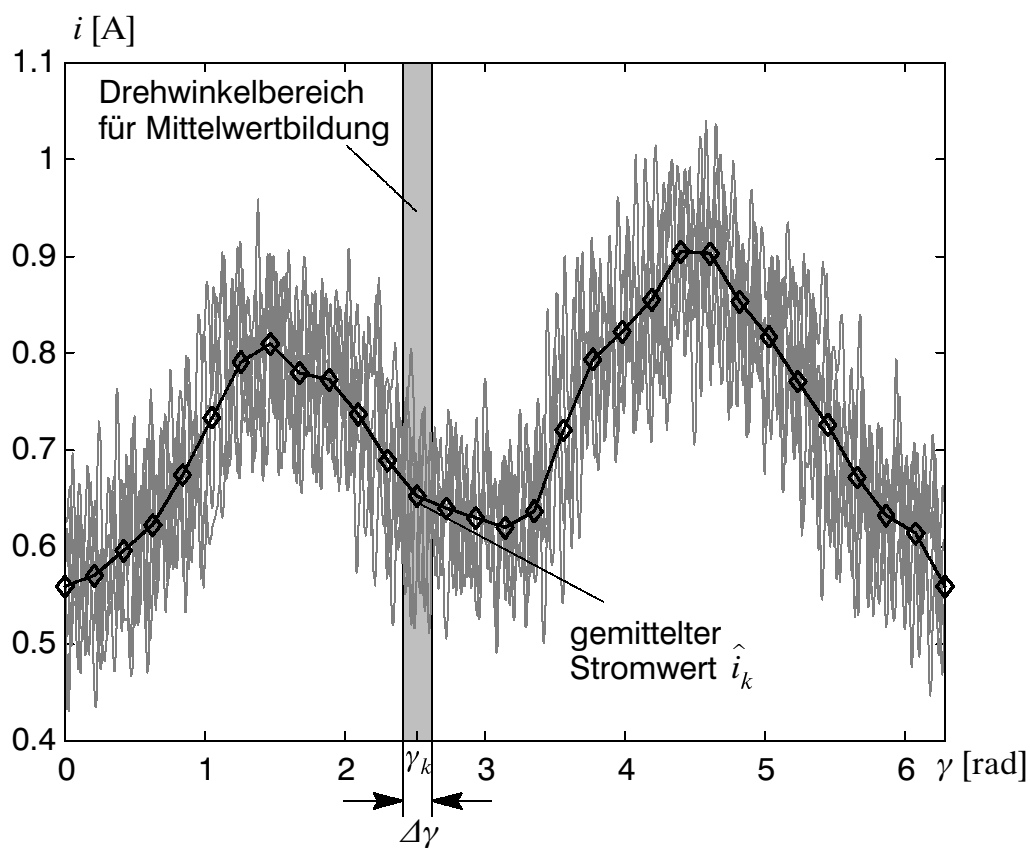


Bild 6.16: Darstellung des Stromverlaufs über dem Exzenterwinkel

bewertet, so gilt für die bewerteten Mittelwerte

$$\hat{i}_k = \frac{\sum_{n=1}^N w_k(\gamma_n) i_n}{\sum_{n=1}^N w_k(\gamma_n)} . \quad (6.14)$$

Bei Verwendung des Rechteck-Fensters $w(\gamma) \equiv 1$ geht die Beziehung (6.14) in eine unbewertete Mittelwertbildung über. Die auf Basis des Hanning-Fensters ermittelte Kurve mit den Stützstellen $\hat{i}_k(\gamma)$ ist ebenfalls in Bild 6.16 eingetragen. Durch die bewertete Mittelung erhält man einen geglätteten Stromverlauf, dessen diskrete Stützstellen gut mit Simulationsergebnissen vergleichbar sind.

Die Gütefunktion der Form

$$\psi = \sum_{k=1}^K \left| \hat{i}_{kM} - \hat{i}_{kS} \right| \quad (6.15)$$

beschreibt die Abweichungen zwischen gemessenen (Index M) und simulierten (Index S) Stromverläufen. Die mit dieser Gütefunktion identifizierte Widerstandskurve ist bereits in Bild 6.15 dargestellt, die entsprechenden Schwankungen im Stromverlauf bei unterschiedlichen Solldrehzahlen zeigt Bild 6.17. Die simulierten und experimentell gemessenen Verläufe zeigen insgesamt eine gute Übereinstimmung bezüglich der Winkelabhängigkeit.

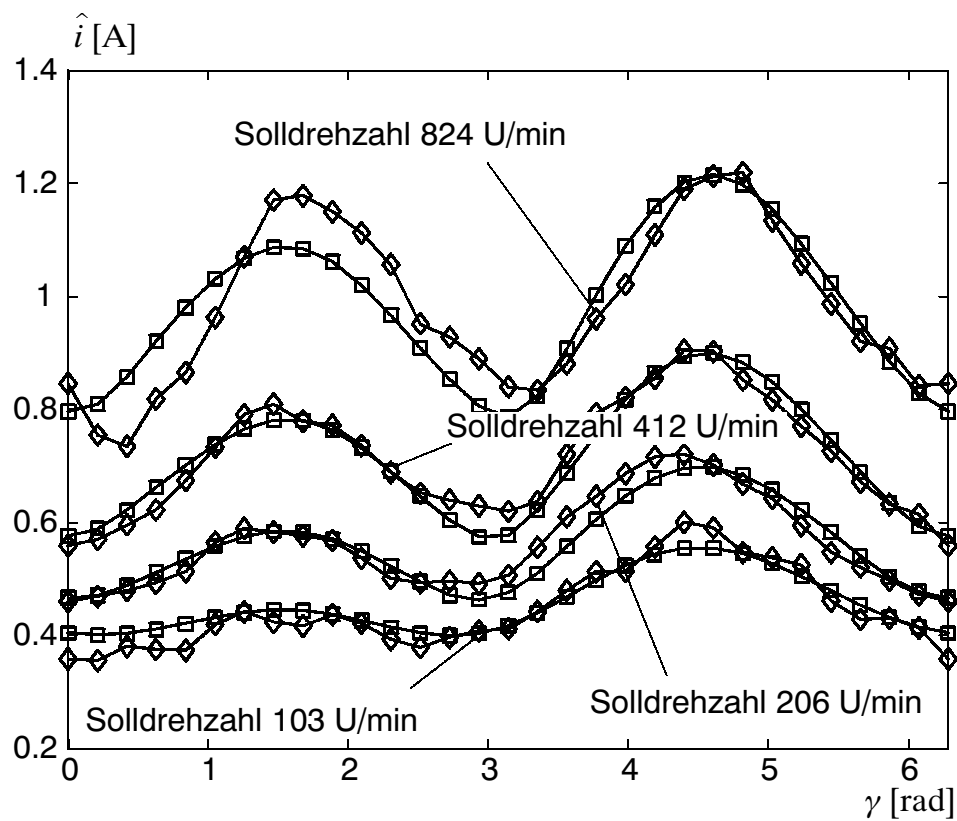


Bild 6.17: Vergleich zwischen gemessenen ($-\diamond-$) und simulierten ($-\square-$) Stromverläufen

7 Hardware-in-the-Loop Optimierung

Der Einsatz von Optimierungsverfahren basiert heute meist auf berechneten Kriterienwerten. Grundsätzlich ist die Anwendbarkeit der Optimierungsalgorithmen jedoch nicht auf Simulationen beschränkt. Da die Herkunft der Kriterienwerte keine Rolle spielt, kann eine Optimierung auch auf Basis von Experimenten und Messungen durchgeführt werden. Eine solche Kopplung eines Optimierungsalgorithmus mit der Hardware des Versuchs wird im Folgenden als Hardware-in-the-Loop Optimierung, kurz HiL Optimierung, bezeichnet.

Bereits in Kapitel 4 wurde ein wesentliches Problem der HiL Optimierung angesprochen: Das in der Regel nicht zu vermeidende Messrauschen führt dazu, dass selbst mehrere nacheinander durchgeführte Versuche mit denselben Entwurfsparemtern streuende Kriterienwerte liefern. Dies wirkt sich negativ auf die Effizienz und das Konvergenzverhalten der Optimierungsalgorithmen aus, so dass die Algorithmen angepasst und um das in Abschnitt 4.3 vorgestellte Approximationsverfahren erweitert werden.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst die Voraussetzung für die Durchführung der HiL Optimierung zusammengefasst und der im Rahmen der vorliegenden Arbeit konzipierte Aufbau zur automatisierten HiL Optimierung vorgestellt. Zwei Beispiele zur optimalen Auslegung von Schwingungstilgern demonstrieren die Einsatzmöglichkeiten und Effizienz des beschriebenen Vorgehens.

7.1 Voraussetzungen für automatisierte HiL Optimierung

Eine Voraussetzung für die Anwendung der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Optimierungsverfahren ist die kontinuierliche Variierbarkeit der Entwurfsparemtern innerhalb gegebener Grenzen, die Verfahren sind also nicht für eine Integeroptimierung geeignet. Die im Digitalrechner zwangsläufig auftretende Quantisierung auf Grund der endlich genauen Zahldarstellung, z. B. ÜBERHUBER [98], kann dabei jedoch vernachlässigt werden, wenn sie klein gegenüber der geforderten Genauigkeit an den Minimierer sind. Können die Parameter eines Versuchs kontinuierlich verändert werden, so kann eine HiL Optimierung grundsätzlich durchgeführt werden. In der Praxis ge-

staltet sich eine freie Variation von Parametern eines mechanischen Systems allerdings oft als schwierig, weil beispielsweise Federn und Dämpfer mit beliebigen Kennlinien nicht zur Verfügung stehen und Einzelanfertigungen den erforderlichen Aufwand nicht rechtfertigen. Einfacher ist die Variierbarkeit von Parametern mechatronischer Systeme, wo beispielsweise Parameter eines Steuergeräts beliebig veränderbar sind. In diesen Fällen kann die Optimierungssoftware über den Anwender mit dem Experiment gekoppelt werden, Bild 7.1: Das Unterprogramm zur Kriterienberechnung gibt die vom Optimierungsalgorithmus vorgeschlagenen Entwurfsparameter an den Benutzer weiter, der die Parameter am Experiment einstellt, den Versuch durchführt und auswertet. Die so ermittelten Kriterienwerte werden dann vom Benutzer an das Unterprogramm zurückgegeben und im Optimierungsalgorithmus verarbeitet. Eine derartige Kopplung über die Benutzer-Schnittstelle hat den wesentlichen Nachteil, dass der Benutzer durch das Durchführen der Experimente abgelenkt ist und sich nicht mehr auf die Bedienung der Optimierung wie z. B. geeignete Vorgaben bei der Mehrkriterienoptimierung konzentrieren kann. Zudem können sich bei der Bedienung Fehler einschleichen, wenn Parameter falsch eingestellt oder fehlerhafte Kriterienwerte übertragen werden.

Um derartige Fehler auszuschließen und den Benutzer von der monotonen Tätigkeit des Parametereinstellens zu entlasten, sollte die HiL Optimierung durch eine geeignete Schnittstelle zwischen Optimierungssoftware und Experiment automatisiert werden, Bild 7.2. In diesem Fall übernimmt das Unterprogramm die Aufgaben der Parameterübertragung an das Steuergerät, das Starten des Versuchs, die Aufzeich-

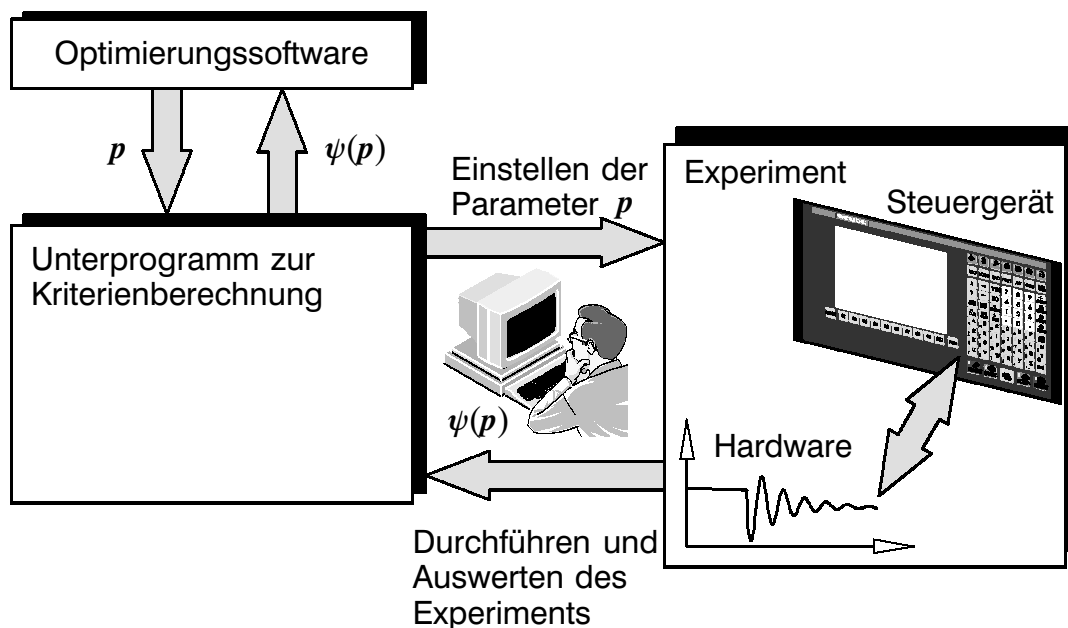


Bild 7.1: Kopplung von Optimierungssoftware und Experiment über Benutzer-Schnittstelle

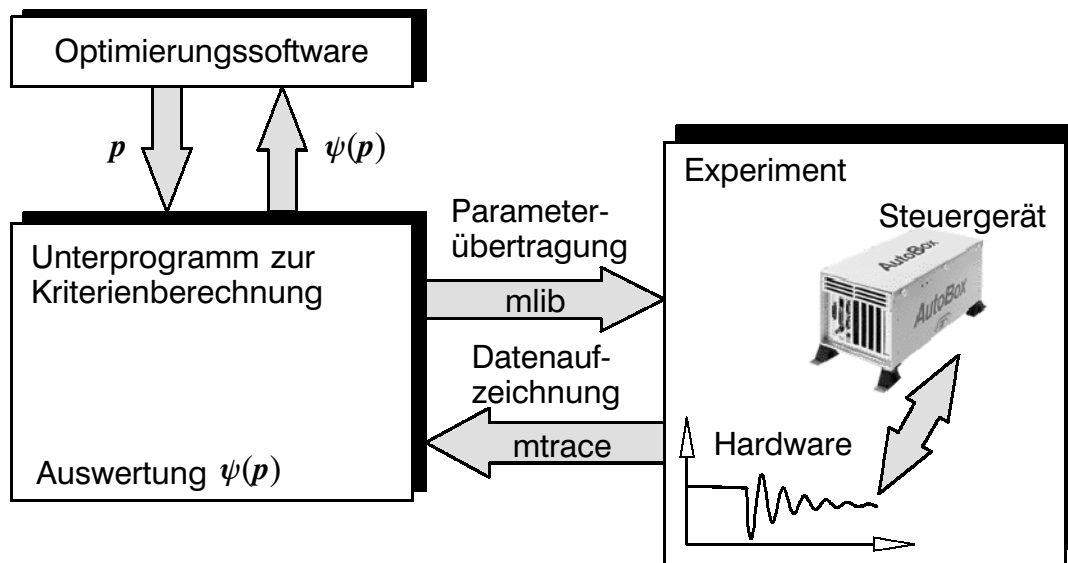


Bild 7.2: Automatisierte Kopplung von Optimierungssoftware und Experiment

nung der Messdaten und als letzten Schritt die Auswertung der Kriterienwerte. Der Benutzer hat dann nur noch den Versuch zu überwachen und in Notfällen abubrechen, so dass er sich voll auf die Hauptaufgabe der Optimierungssteuerung konzentrieren kann. Für die folgenden Beispiele werden für die Parameterübertragung und die Datenaufzeichnung die Software-Produkte mlib [19] und mtrace [20] verwendet, welche eine Kopplung zwischen der auf MATLAB basierenden Optimierungssoftware und der Echtzeithardware der Firma dSPACE ermöglichen.

7.2 Anwendung am Beispiel von Schwingungstilgern

In schwach gedämpften Systemen können Resonanzerscheinungen zu Komfortbeeinträchtigungen, Sicherheitsproblemen oder sogar drohenden Schäden am System führen. So beschreibt HESSE [36] die Problematik der Nickschwingungen von Traktoren oder Gabelstaplern, welche diese Fahrzeuge bereits bei niedrigen Geschwindigkeiten unbeherrschbar machen. In modernen Schiffen der Marine reagiert die elektronische Ausrüstung empfindlich auf Störungen, die durch zu große Schwingungsamplituden verursacht werden, KAKINOUCI ET AL. [44], große Brücken oder Türme können durch Windanregung so stark in Schwingungen versetzt werden, dass ernsthafte Schäden am Bauwerk entstehen, RAPS [75]. Bei Cabrios führt die Anregung durch unebene Fahrbahnoberflächen auf Grund der geringen Torsionssteifigkeit der Karosserie zu Schwingungen, die der Fahrer durch Erschütterungen am Lenkrad oder optisch durch Vibrationen des Rückspiegels wahrnimmt, KOHLMEIER ET AL. [51].

Wenn eine konstruktive Änderung des Systems durch zusätzliche Versteifungen nicht möglich, zu aufwendig oder mit Nachteilen wie unakzeptablem Mehrgewicht verbun-

den ist, können Tilger zur Reduktion der Schwingungsamplituden eingesetzt werden. Üblicherweise wird dabei eine zusätzliche Trägheit eingesetzt, deren Bewegung im System Kräfte erzeugt, welche im Idealfall die Anregung der Schwingung kompensieren. Nach Art des Systems unterscheidet man passive, aktive, und semiaktive Schwingungstilger. Passive Tilger arbeiten ohne die Zufuhr äußerer Energie, semiaktive Systeme benötigen lediglich geringe Energiebeträge zur Variation der Parameter von quasi passiv arbeitenden Tilgern, während bei aktiven Tilgern die erforderlichen Kräfte und Bewegungen durch Stellglieder unter Zufuhr äußerer Energie erzeugt werden. Voraussetzung für den Einsatz aktiver Tilgersysteme ist neben dem mechanisch arbeitenden Stellglied die Bereitstellung von Sensoren zur Schwingungsmessung und einer zumeist elektronisch arbeitenden Steuerung des Stellglieds. Durch die preiswerte Verfügbarkeit elektronischer Steuerungen setzen sich aktive Systeme vor allem dort durch, wo passive Tilger nicht zufrieden stellend arbeiten oder bereits vorhandene Stellglieder genutzt werden können, wie zum Beispiel die Hubhydraulik von Traktoren.

In den folgenden Abschnitten wird das Problem der Torsionsschwingungen von Cabrios an einem vereinfachten Rahmenmodell rechnerisch und experimentell untersucht. Für die Dämpfung der Schwingung wird sowohl ein passives Tilgerkonzept als auch ein mechatronisches aktives Tilgersystem entworfen und optimiert.

7.2.1 Schwingungsproblem

Zur prinzipiellen Untersuchung der an Cabrios auftretenden Schwingungsprobleme, JÖST UND PALECZEK [43], wird ein einfacher Stahlrahmen verwendet, der unter dynamischen Gesichtspunkten die Eigenschaften einer Karosserie vollständig widerspiegelt. Um die Eigenfrequenzen an das reale System anzupassen, wird der Rahmenquerschnitt geeignet gewählt und zusätzliche Eckmassen angebracht, KIRSCH [47] und Bild 7.3.

Für die rechnerische Analyse der Eigenschwingungen eignet sich ein Finite Elemente Modell des Rahmens, Bild 7.4. Der Rahmen wird dazu aus Balkenelementen zusammengesetzt, welche Torsion und Biegung um Achsen in der Rahmenebene erlauben. Biegeschwingungen um die Hochachse sowie Längsschwingungen in der Rahmenebene liegen außerhalb des interessierenden Frequenzbereichs und können entweder bereits bei der Modellierung oder bei den späteren Berechnungen durch Auswahl der zu berücksichtigenden Eigenmoden eliminiert werden. Für ein Torsionselement, Bild 7.5a, mit der Länge L , dem Torsionsflächenmoment I_t , der Dichte ρ und dem Schubmodul G findet man bei LINK [61] mit den Knotenverdrehungen

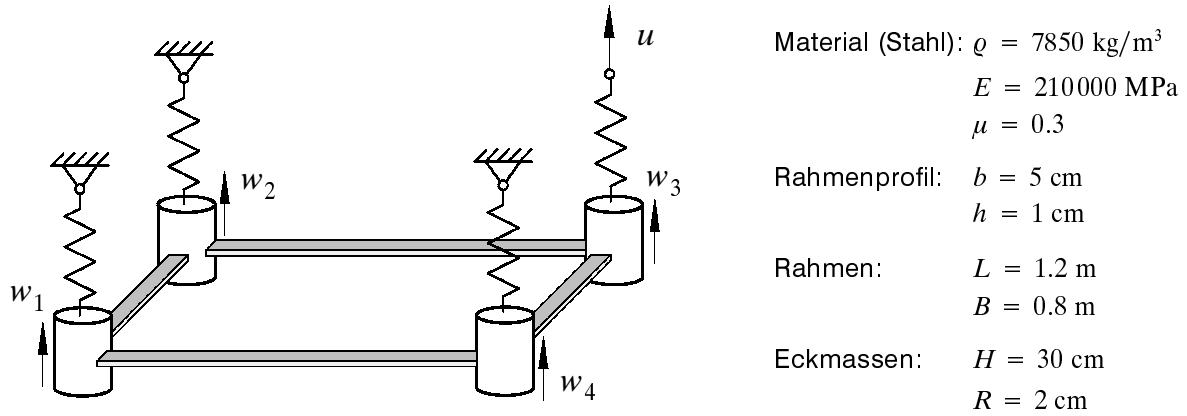


Bild 7.3: Stahlrahmen mit Eckmassen

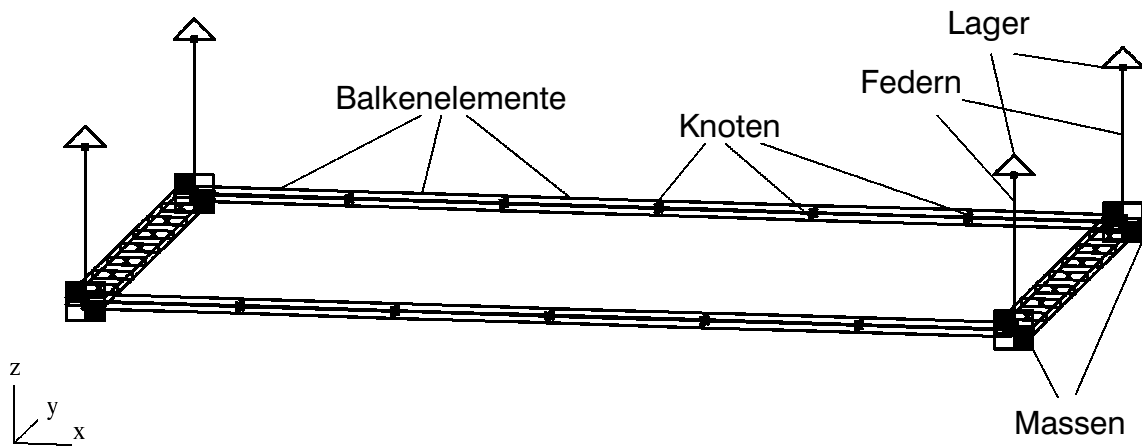


Bild 7.4: Finite Elemente Modell des Stahlrahmens

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \alpha_l \\ \alpha_r \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

und den Momenten am linken und rechten Ende als verallgemeinerten Kräften

$$\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} M_{tl} \\ M_{tr} \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

die Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}_i = \frac{G I_t}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

und die konsistente Massenmatrix

$$\mathbf{M}_i = \frac{\rho L I_t}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (7.4)$$

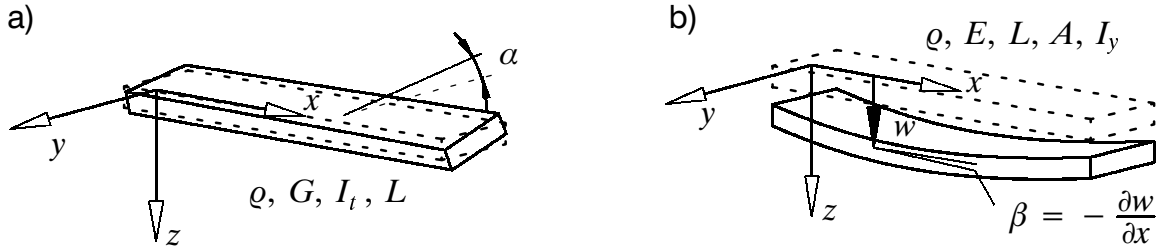


Bild 7.5: Kinematik des Balkenelements: a) Torsion, b) Biegung

Die entsprechenden Matrizen für den in Bild 7.5b dargestellten Biegebalken mit den lokalen Freiheitsgraden

$$\mathbf{x}_i = [w_l \ \beta_l \ w_r \ \beta_r]^T \quad (7.5)$$

sowie den verallgemeinerten Kräften und Momenten

$$\mathbf{q}_i = [Q_l \ M_{bl} \ Q_r \ M_{br}]^T \quad (7.6)$$

lauten in Abhängigkeit der Querschnittsfläche A , dem Elastizitätsmodul E und dem Flächenträgheitsmoment I_y

$$\mathbf{K}_i = \frac{E I_y}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

und

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i = & \frac{\rho A L}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L & 54 & 13L \\ -22L & 4L^2 & -13L & -3L^2 \\ 54 & -13L & 156 & 22L \\ 13L & -3L^2 & 22L & 4L^2 \end{bmatrix} \\ & + \frac{\rho I_y}{30L} \begin{bmatrix} 36 & -3L & -36 & -3L \\ -3L & 4L^2 & 3L & -L^2 \\ -36 & 3L & 36 & 3L \\ -3L & -L^2 & 3L & 4L^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Die globale Massen- und Steifigkeitsmatrix erhält man unter Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen lokalen Verschiebungen und globalen Koordinaten nach Gleichung (2.5) und (2.6) aus den Elementmatrizen. Zusätzlich wird der Einfluss der Federaufhängung in der Steifigkeitsmatrix und die an den Ecken angebrachten Massen in der Massenmatrix berücksichtigt. Eine rechnerische Modalanalyse des unge-

dämpften Rahmens liefert die in Bild 7.6 dargestellten Eigenformen, die sich als Torsion, sowie Biegung und gegensinnige Biegung der langen und kurzen Rahmenseiten identifizieren lassen.

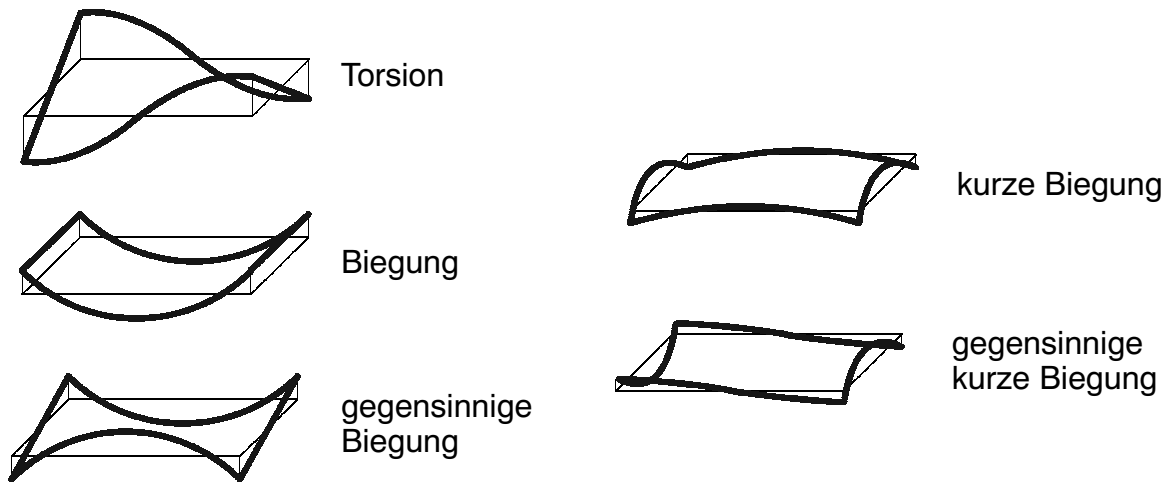


Bild 7.6: Eigenformen des Stahlrahmens

Zur Verifikation des Modells und zur Bestimmung der Dämpfung wird eine experimentelle Modalanalyse am realen Rahmen durchgeführt, BALMÈS [4]. Dazu werden die Rahmenschwingungen mit Hilfe eines Modalhammers angeregt. Beschleunigungsmessungen an den Ecken und Seitenmitten sind Voraussetzung zur Berechnung der Frequenzgänge nach Gleichung (2.48). Tabelle 7.1 zeigt eine Gegenüberstellung der Ergebnisse von experimenteller und rechnerischer Modalanalyse. Ein Vergleich der Frequenzen lässt eine gute Übereinstimmung erkennen. Die experimentell bestimmten Dämpfungsmaße der einzelnen Moden werden entsprechend Gleichung (2.13) in das Rechenmodell übernommen, für alle experimentell nicht identifizierten Moden wird ein Lehr'sches Dämpfungsmaß von $D = 0.35\%$ angenommen.

Tabelle 7.1: Ergebnisse der rechnerischen und experimentellen Modalanalyse

Eigenform	FE-Modell	experimentelle Modalanalyse	
	Eigenfrequenz [Hz]	Eigenfrequenz [Hz]	Lehr'sches Dämpfungsmaß [%]
Torsion	9.19	9.46	0.31
Biegung	17.4	17.3	0.38
gegensinnige Biegung	27.4	28.0	0.14
kurze Biegung	32.8	32.8	0.22
gegensinnige kurze Biegung	43.1	43.5	0.24

In den weiteren experimentellen Untersuchungen wird der Rahmen an einer Ecke durch einen Hydraulikzylinder zu Schwingungen angeregt, die über Beschleunigungssensoren an allen vier Ecken des Rahmens gemessen werden, Bild 7.7. Als Maß für die komfortbeeinträchtigende Torsionsschwingung wird der Winkel

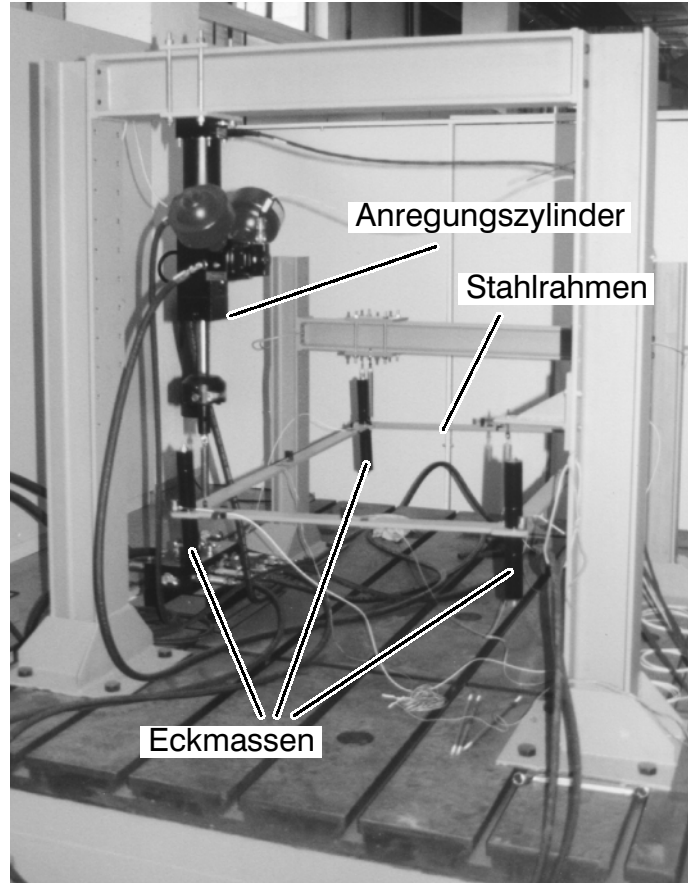


Bild 7.7: Versuchsaufbau zur experimentellen Untersuchung des Stahlrahmens

$$\alpha = \frac{w_1 - w_2}{B} - \frac{w_4 - w_3}{B} = \frac{w_1 - w_2 + w_3 - w_4}{B} \quad (7.9)$$

in Abhängigkeit der Rahmenbreite B und den Auslenkungen der Eckpunkte w_i , $i = 1(1)4$, definiert. Mit dieser Festlegung kann der Einfluss der Anregung auf die Torsionsschwingung durch die komplexe Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{A(s)}{U(s)} \quad (7.10)$$

beschrieben werden. Diese Übertragungsfunktion kann zum einen mit Hilfe des Modells rechnerisch aus einer Laplace-Transformation der Bewegungsgleichung ermittelt werden, zum anderen ist eine experimentelle Ermittlung des Frequenzgangs mit Hilfe der Fourier-Transformation aus der Messung von Anregung und Beschleunigungen am Rahmen möglich.

Für eine Reduzierung der Torsionsschwingung kann entweder ein passiver Schwingungstilger oder ein aktives System zur Schwingungsdämpfung eingesetzt werden. In beiden Fällen sind entsprechende Parameter des Tilgersystems auf die Problemstellung abzustimmen. Für eine optimale Auslegung findet man bei KOLOVSKY [55] folgende Kriterien:

- Begrenzung der maximalen Beschleunigungen als Komfortkriterium
- Minimierung der Umweltbelastung, z. B. durch auf Fundamente wirkende Kräfte
- Beschränkung von Auslenkungen insbesondere bei weichen Aufhängungen
- Begrenzung von Stellgrößen bei aktiven Systemen
- Parameterschranken, z. B. Begrenzung der Tilgermasse

Als wesentliches Kriterium bei der Auslegung des Karosserieschwingungstilgers bietet sich der Komfort an. Deshalb wird für die folgenden Untersuchungen das Maximum des Amplitudenfrequenzgangs der Torsionsschwingung

$$\psi = \max_{\Omega} |G(i\Omega)| \quad (7.11)$$

als primäres Gütekriterium verwendet.

7.2.2 Passiver Schwingungstilger

Für die passive Schwingungstilgung an Cabrios werden Tilgermassen gedämpft-elastisch an der Karosserie aufgehängt. Als Tilgermassen können dabei bereits vorhandene Aggregate oder aber zusätzliche Trägheiten eingesetzt werden. Die erreichbare Verbesserung des Störverhaltens wächst mit zunehmender Tilgermasse, jedoch steigt damit auch das Gewicht des Fahrzeugs, was im Allgemeinen nicht erwünscht ist. Somit ist es Aufgabe des Ingenieurs, die Tilgeraufhängung für gegebene Massen so abzustimmen, dass das System möglichst unempfindlich auf äußere Störungen reagiert.

Zur Tilgung der Torsionsschwingungen des beschriebenen Rahmens wird ein Tilger mit der Masse $m = 0.2 \text{ kg}$ an der der Anregung gegenüberliegenden Ecke angebracht. Für die Wirkung des Tilgers ist diese Festlegung der Position unerheblich, da der Tilger auf Grund der Symmetrie der Torsionseigenform an jeder Ecke den gleichen Einfluss auf das System hat. Nach Festlegung der Tilgermasse bleiben die Parameter Steifigkeit c und Dämpfung d der Tilgeraufhängung für eine Optimierung des Systemverhaltens. Anstelle der absoluten Dämpfungswerte d wird bei Schwingungsuntersuchungen häufig das Lehr'sche Dämpfungsmaß D eingeführt, das beim Feder-Masse-Schwinger der Beziehung

$$D = \frac{d}{2\sqrt{cm}} \quad (7.12)$$

genügt, MAGNUS [63]. In Bild 7.8 ist der Einfluss der Steifigkeit eines ungedämpften Tilgers auf den Amplitudenfrequenzgang dargestellt. Die Torsionsschwingung wird bei Anregung mit der Tilgereigenfrequenz

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (7.13)$$

ausgelöscht. Bei dieser Frequenz entstehen durch die gegenphasige Bewegung des Tilgers Kräfte, welche die Anregung vollständig kompensieren. Links und rechts dieser Tilgungsfrequenz treten jedoch weiterhin Amplitudenüberhöhungen auf, die in der Größenordnung des ursprünglichen Systems ohne Tilger liegen. Daher kann ein ungedämpfter Tilger nur eingesetzt werden, wenn die Anregung des Systems in einem schmalbandigen, bekannten Frequenzintervall liegt. Um die auftretenden Schwingungen in einem breiteren Frequenzband zu reduzieren ist eine zusätzliche Dämpfung D der Tilgeraufhängung erforderlich, HOLZWEIBIG UND DRESIG [41]. Dadurch geht zwar die vollständige Tilgung in der Auslegungsfrequenz verloren, die Nebenmaxima lassen sich jedoch deutlich reduzieren, Bild 7.9.

Die Variation der Entwurfparameter Steifigkeit und Dämpfung zur Minimierung der Gütefunktion (7.11) führt auf ein unrestringiertes skalares Optimierungsproblem

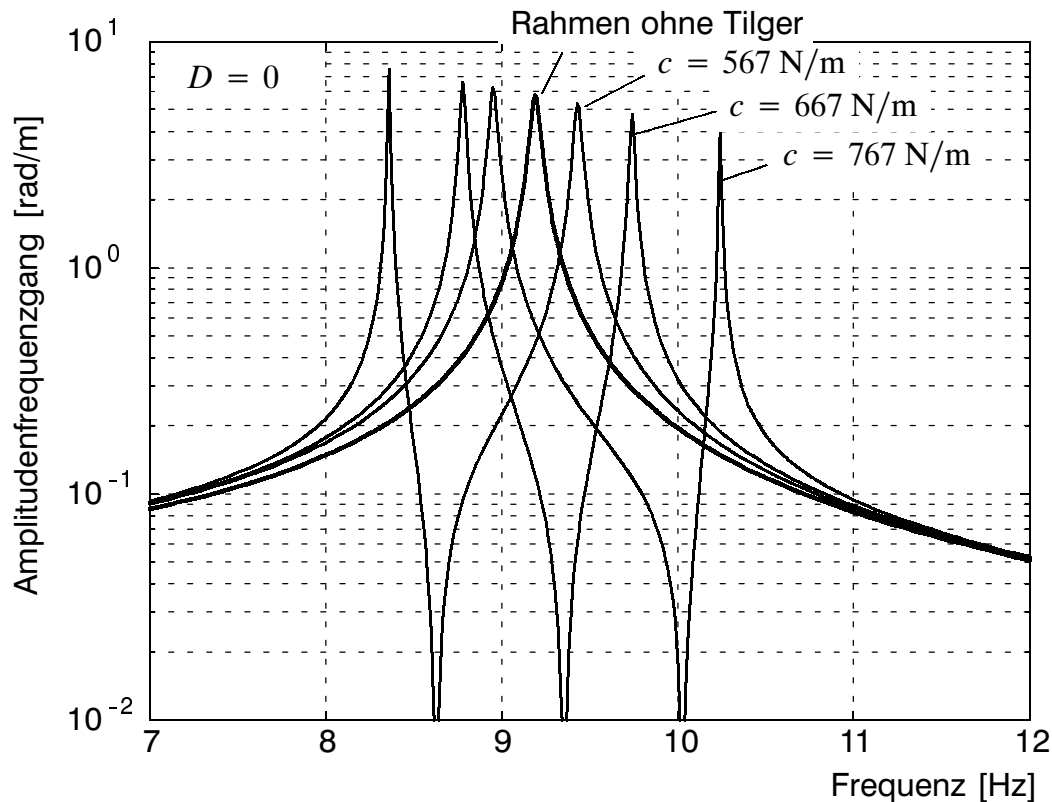


Bild 7.8: Einfluss der Tilgersteifigkeit

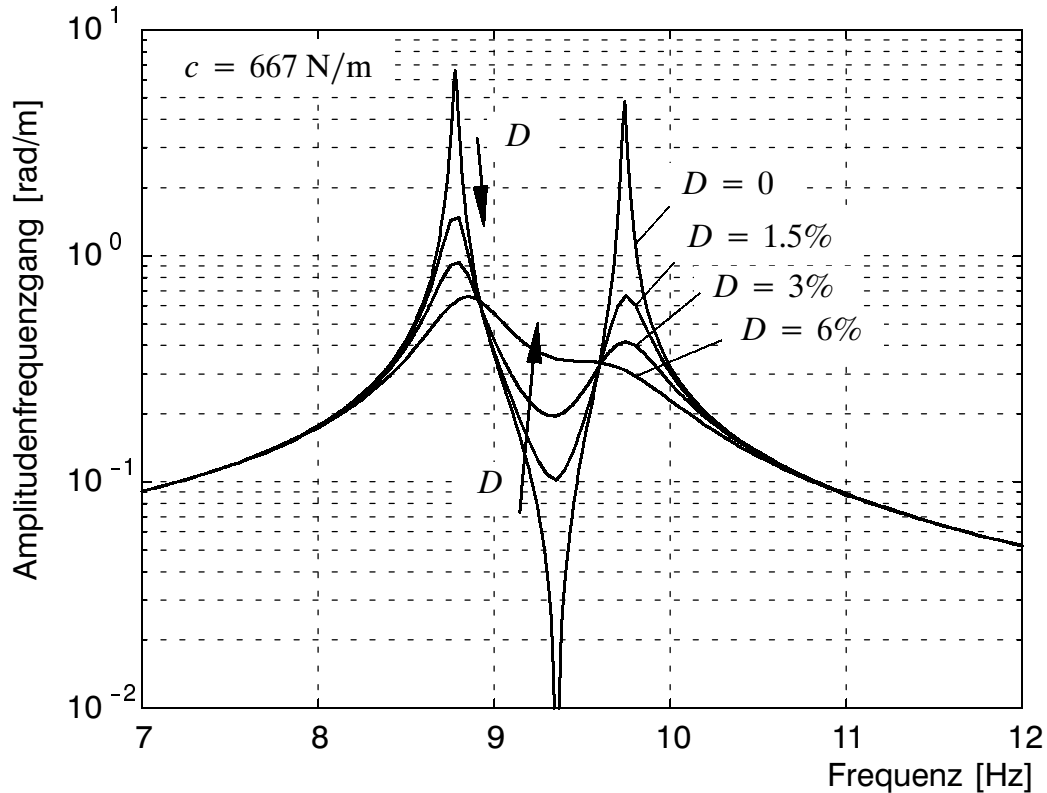


Bild 7.9: Einfluss der Tilgerdämpfung

$$\min_p \psi = \min_p \max_{\Omega} |G(i\Omega)| \quad \text{mit } \mathbf{p} = \begin{bmatrix} c \\ D \end{bmatrix}. \quad (7.14)$$

Bild 7.10 zeigt die Kriterienwerte in Abhängigkeit der beiden Parameter: Die Gütefunktion ist konvex, der Minimierer \mathbf{p}^* existiert und ist eindeutig, so dass eine numerische Optimierung zum Beispiel mit den in Abschnitt 3.2 vorgestellten Standardalgorithmen durchgeführt werden kann.

Während eine Parameterstudie bzw. Optimierung am Rahmenmodell einfach durchzuführen ist, sind experimentelle Untersuchungen eines passiven Schwingungstilgers auf Grund der erforderlichen Umbauten sehr aufwendig. Weitere Schwierigkeiten bereitet die Verfügbarkeit beliebig fein abgestufter Feder-Dämpfungs-Elemente. Hier bietet die Mechatronik einen Ausweg, die den Bau vieler passiver Prototypen überflüssig macht. Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben können durch den Einsatz aktiver Komponenten und digitaler Echtzeitregelsysteme passive Teilsysteme mit beliebigen Parameterwerten emuliert werden, um Parameterstudien durchzuführen und so eine optimale Abstimmung am realen System zu finden.

Für die mechatronische Umsetzung der Tilgeremulation wird die Echtzeit-Simulation eines passiven Tilgers mit einem realen Stellglied derart gekoppelt, dass die errechnete Relativbewegung zwischen der Tilgermasse und dem Rahmen durch das in Bild 7.11 dargestellte lagegeregelter servohydraulische Stellglied realisiert wird.

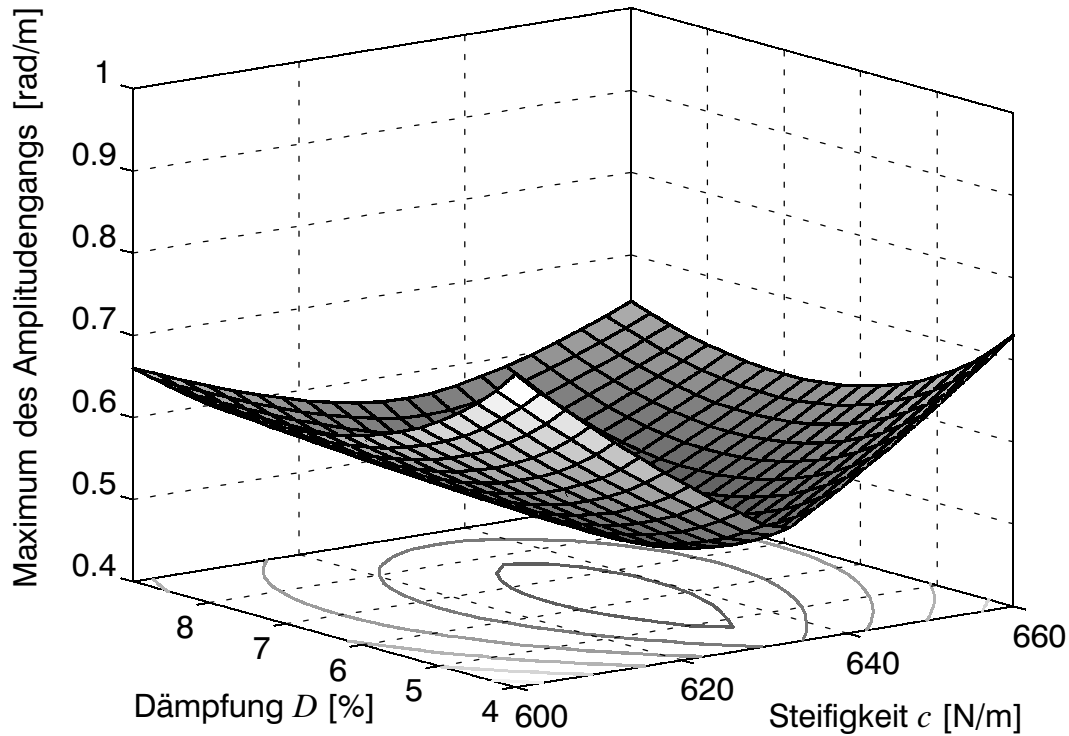


Bild 7.10: Berechnetes Gütekriterium für den passiven Tilger

Bild 7.12 zeigt den Aufbau dieser HiL Simulation. Für die Berechnung der Tilgerbewegung werden Geschwindigkeit \dot{w}_1 und Lage w_1 des Tilgerbefestigungspunkts benötigt. Eine direkte Integration der Beschleunigung \ddot{w}_1 ist dazu nicht brauchbar, da kleine Offsets und niederfrequente Messfehler zu einer Drift der Ergebnisse führen. Deshalb wird der Integrator durch ein geeignetes Integrationsfilter entsprechend der Differentialgleichung

$$\dot{y} + K_I y = u \quad (7.15)$$

ersetzt, dessen Ausgang y in Abhängigkeit der Verstärkung K_I einer hochpassbegrenzten Integration des Eingangs u entspricht. Bild 7.13 zeigt den Unterschied zwischen einem reinen Integrator und dem Integrationsfilter für $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$. Im Bereich der Torsionseigenschwingung von 9 Hz arbeitet das Filter wie ein Integrator, im niederfrequenten Bereich werden Eingangssignale wesentlich schwächer verstärkt als bei einer Integration. Mit den so ermittelten Bewegungsgrößen des Tilgerbefestigungspunkts kann die Simulation der Tilgerbewegung durchgeführt werden. Die Bewegung des Tilgers entspricht der eines Einmassenschwingers und genügt nach dem Newton'schen Gesetz der Differentialgleichung

$$m\ddot{v} = -d(\dot{v} - \dot{w}_1) - c(v - w_1). \quad (7.16)$$

Dabei bezeichnet v die absolute Lage der Tilgermasse m und w_1 die Fußpunktanregung durch die Rahmenschwung. Mit Hilfe der numerischen Lösung der Differen-

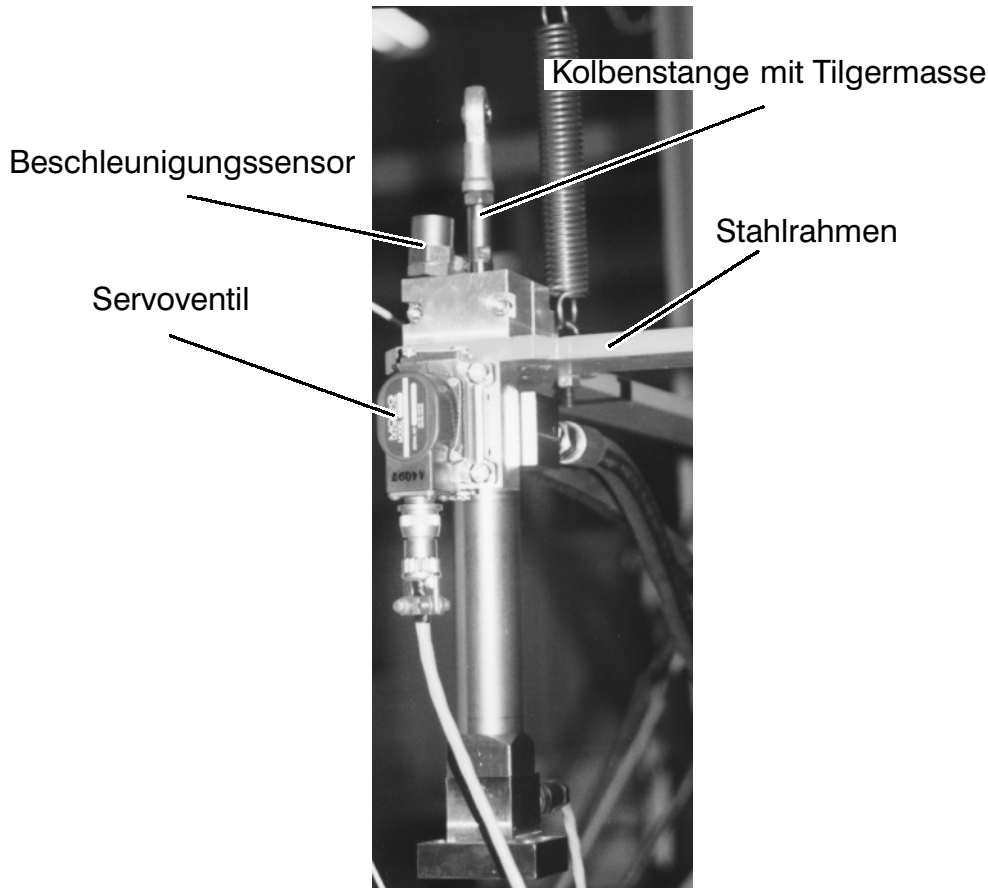


Bild 7.11: Servohydraulisches Stellglied zur Emulation des passiven Tilgers

tialgleichung kann die Relativbewegung $\Delta v = v - w_1$ berechnet und als Sollbewegung dem Lagestellglied eingeprägt werden. Dabei ist darauf zu achten, dass das Verhalten des geschlossenen HiL Kreises nicht durch die Dynamik der verwendeten Sensoren und Stellglieder verfälscht werden darf. Der eingesetzte Hydraulikzylinder hat nach Vorabschätzungen von ZHONG [105], die durch Messungen bestätigt werden konnten, eine Resonanzfrequenz von 75 Hz und bei 40 Hz einen Phasenabfall von -10° , so dass die Dynamik im Bereich der Torsionseigenfrequenz von 9 Hz nicht negativ beeinflusst wird.

Um nachzuweisen, dass die Emulation des passiven Tilgers tatsächlich die Eigenschaften eines idealen passiven Tilgers aufweist, wird ein Experiment durchgeführt, bei dem Fußpunktanregung w_1 und Tilgerauslenkung v gemessen werden. Dazu wird das für die Emulation eingesetzte Stellglied an einem zweiten Zylinder angebracht und die Übertragungsfunktion zwischen Tilgerauslenkung und Fußpunktanregung für verschiedene Tilgerparameter experimentell ermittelt. Die in Bild 7.14 aufgetragenen Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit den rechnerisch ermittelten idealen Übertragungsfunktionen. Somit ist gewährleistet, dass die auf Grund der Bewegung der Tilgermasse durch den Hydraulikzylinder entstehenden Kräfte denen

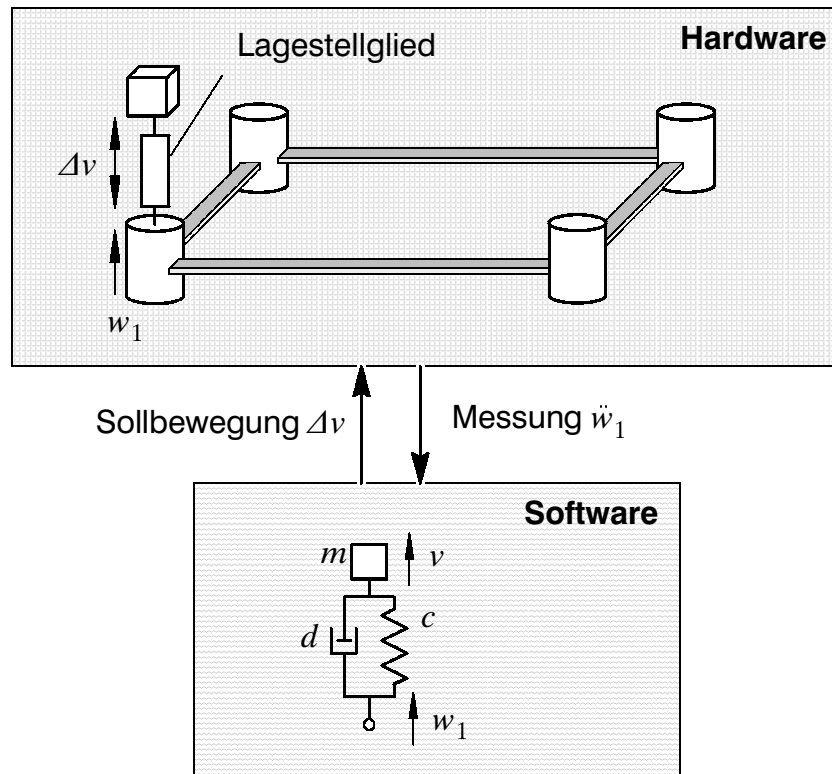


Bild 7.12: Struktur der HiL Simulation des Schwingungstilgers

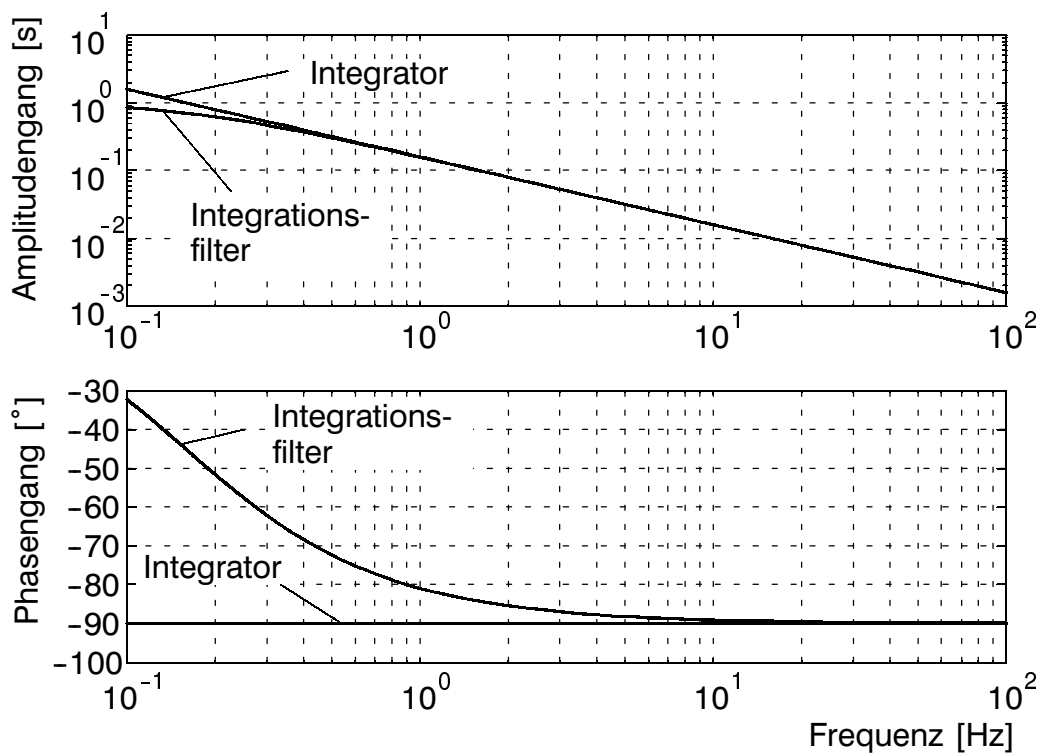


Bild 7.13: Bode-Diagramm für reinen Integrator und Integrationsfilter

einer realen Feder-Dämpfer Kombination entsprechen. Im Gegensatz zum realen Schwingungstilger können die Parameter des Simulationsmodells jedoch einfach ge-

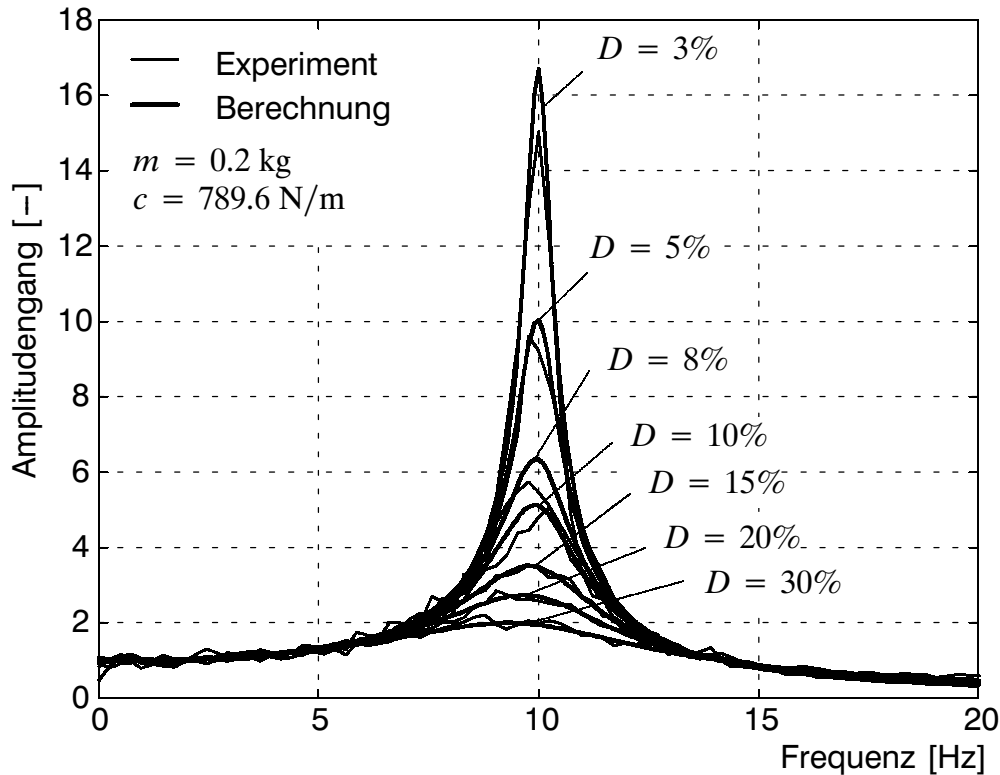


Bild 7.14: Vergleich der Übertragungsfunktionen des emulierten Massenschwingers mit berechneten Übertragungsfunktionen

ändert werden, um den Einfluss von Steifigkeit und Dämpfung zu untersuchen und damit eine HiL Optimierung zu ermöglichen.

Bild 7.15 zeigt das Ergebnis einer Parameterstudie der HiL Simulation. Dazu wird der Rahmen über einen zweiten Hydraulikzylinder mit einem bandbegrenztem Rauschen angeregt und die resultierenden Schwingungen des Rahmens aufgezeichnet, Bild 7.7. Eine anschließende Fourier-Transformation erlaubt die Berechnung der Übertragungsfunktion zwischen Torsionsschwingung und Anregung auf Basis von Gleichung (2.48). Für qualitativ gute Ergebnisse erfolgt die Datenaufzeichnung über eine Dauer von 61.5 s bei einer Abtastfrequenz von 100 Hz, so dass bei einer Frequenzauflösung von $\Delta f = f_s/N = 100/2048 \text{ Hz} \approx 0.05 \text{ Hz}$ eine Mittelung von 3 Gütefunktionen durchgeführt wird. Im Gegensatz zum rechnerisch ermittelten Gütekriterium ist die Fläche trotz der Mittelungen auf Grund stochastischer Messfehler jedoch nicht glatt, sondern verrauscht, was ein exaktes Ablesen des Minimierers schwierig macht. Der prinzipielle Verlauf stimmt mit der berechneten Gütefunktion überein, jedoch ist die im Experiment gefundene optimale Tilgeraufhängung steifer. In Tabelle 7.2 sind die Ergebnisse der Berechnungen und der auf Basis der HiL-Simulation gefundenen optimalen Tilgerparameter gegenübergestellt. Die im Vergleich zur berechneten Tilgeraufhängung größere experimentell bestimmte Steifigkeit lässt sich aus dem Unterschied der Eigenfrequenzen von Modell und realem Rahmen erklären.

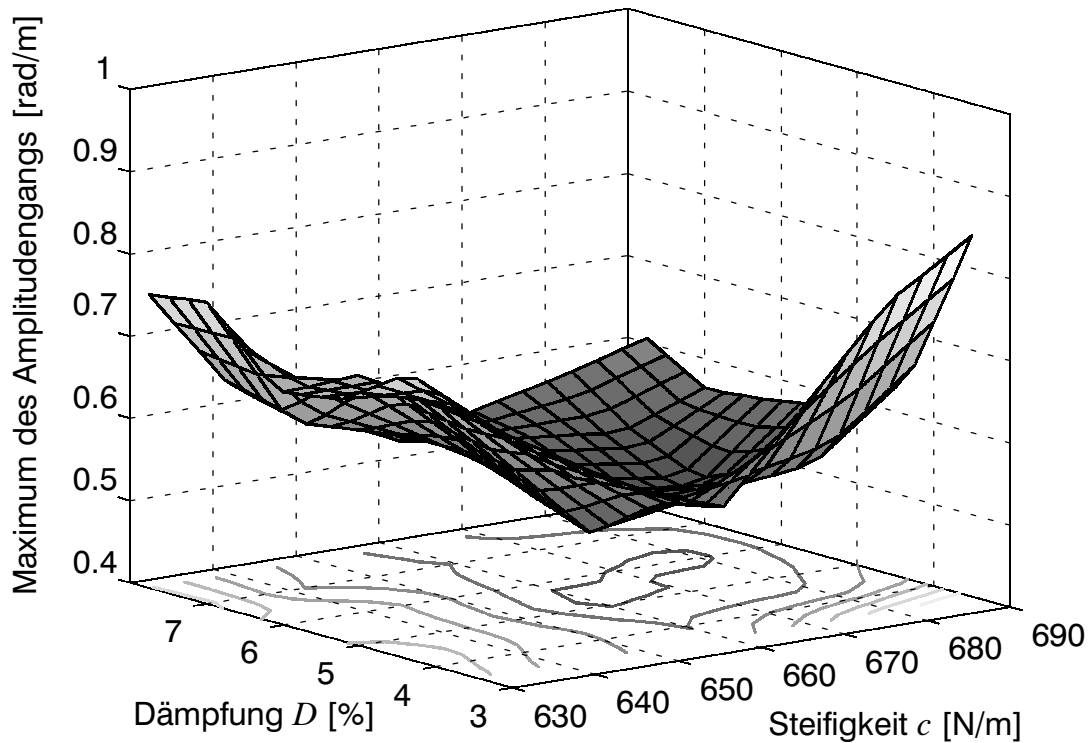


Bild 7.15: Gemessenes Gütekriterium für den passiven Tilger

Tabelle 7.2: Ergebnisse der Optimierung des passiven Schwingungstilgers

	FE-Modell	HiL-Simulation
Frequenz der Torsionsschwingung [Hz]	9.19	9.46
Steifigkeit der Tilgeraufhängung [N/m]	633	665
Dämpfung der Tilgeraufhängung [%]	6.3	5.8
Kriterium [rad/m]	0.468	0.43

Die Untersuchungen zeigen, dass die Ergebnisse der Optimierung trotz eines guten Simulationsmodells nicht ohne Feinabstimmung auf den realen Rahmen übertragen werden dürfen, sondern eine exakte Abstimmung der Tilgeraufhängung notwendig ist. Vor diesem Hintergrund erscheint es sinnvoll, eine Optimierung auf Basis der HiL Simulationen durchzuführen.

Da das vorliegende Optimierungsproblem keine Nebenbedingungen beinhaltet, kann zur Ermittlung der optimalen Parameter die Simplex-Methode eingesetzt werden. Zur Unterdrückung der durch Messrauschen verursachten Rauigkeiten in der Gütefunktion wird die in Abschnitt 4.3 beschriebene Modifikation verwendet. Bild 7.16 zeigt den Verlauf der Optimierung: Ausgehend vom Startentwurf $p^{(0)}$ konvergiert das Verfahren in 43 Iterationsschritten, wobei sich auf Grund der schlechten Konvergenz der Simplex-Methode am Ende der Iteration die Parameter nur noch minimal ändern, so

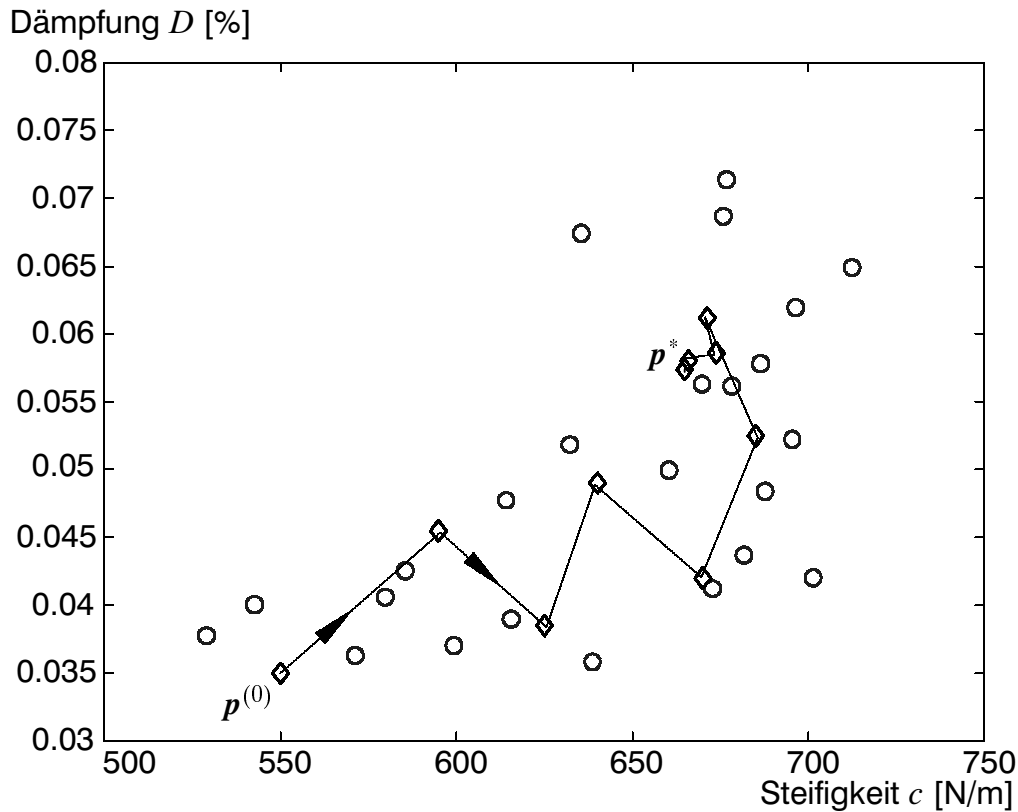


Bild 7.16: Parameterverlauf bei der Optimierung des passiven Tilgers:
 \circ durchgeführte Experimente, \diamond Iterationsschritte des Optimierers

dass die Iterationsschritte in der Umgebung des Optimierers p^* nicht mehr unterscheidbar sind. Trotz dieser schlechten Konvergenz sind für die Optimierung nur 24 Experimente durchzuführen, da mit dem verwendeten Approximationsverfahren neue Messungen nur dann erforderlich sind, wenn nicht ausreichend Messergebnisse innerhalb eines Suchbereichs um den momentanen Entwurf vorhanden sind. Die geringe Anzahl notwendiger Messungen ist auch auf die Qualität der Messungen bei dieser Anwendung zurückzuführen. Zwar ist die gemessene Gütefunktion nicht so glatt wie eine berechnete, jedoch ist der Rauschanteil im Verhältnis zum Gradienten klein, so dass eine Abstiegsrichtung klar erkennbar ist.

7.2.3 Aktiver Schwingungstilger

Die Auslegung des passiven Tilgers hat gezeigt, dass die Tilgerparameter für eine optimale Reduktion der Schwingungen exakt auf das Resonanzproblem abgestimmt werden müssen, da der Dämpfungseffekt nur in einem begrenzten Frequenzband auftritt. Diesen Nachteil können aktive Systeme kompensieren, indem auftretende Schwingungen mit Hilfe von Sensoren erfasst und durch Stellglieder gedämpft werden, siehe u. a. KEUPER ET AL. [46] und [30].

Für die aktive Dämpfung der Torsionsschwingungen des Rahmens wird das bereits für die HiL Simulation des passiven Tilgers eingesetzte Lagestellglied verwendet. Zu entwerfen ist noch ein Regelalgorithmus, welcher durch geeignete Rückführung der Schwingungsinformation Sollwertvorgaben für das Stellglied ermittelt. Auf Grund der Linearität der systembeschreibenden Differentialgleichungen kann der Regler als Zustandsrückführung mit Hilfe regelungstechnischer Standardverfahren durch Lösung der Riccati-Gleichung oder mit Hilfe der Polvorgabe ausgelegt werden, siehe KIRSCH [47]. Als Rückführgrößen werden der nach Gleichung (7.9) definierte Torsionswinkel und die Tilgerauslenkung sowie die zugehörigen Geschwindigkeiten festgelegt. Das Riccati-Verfahren lässt zwar eine Bewertung von Schwingungsverhalten und Stellkräften zu, jedoch ist die Definition quadratischer Kriterien im Zeitbereich für die angestrebte Minimierung des Störverhaltens umständlich und indirekt. Die Methode der Polvorgabe hat den Nachteil, dass eine Beschränkung der Stellenergie bei der Berechnung der Rückführmatrix nicht vorgesehen ist. Zudem ist für die Anwendung eine genaue Kenntnis des Zusammenhangs zwischen der Lage der Pole und ihrer Auswirkung auf das Systemverhalten notwendig. Daher wird die Reglerauslegung auf Basis allgemeiner nichtlinearer Optimierungsverfahren durchgeführt, die nicht auf einer speziellen Formulierung der Gütekriterien aufbauen, sondern frei definierbare Kriterienformulierungen zulassen.

Bild 7.17 zeigt die Struktur des Regelkreises. Die aus der Anregung u resultierenden Rahmenschwingungen werden durch Beschleunigungssensoren an den Rahmen-ecken gemessen und über ein analoges Filter an den Regler übertragen. Der Regelalgorithmus ermittelt aus der analog zu Gleichung (7.9) berechneten Torsionsbeschleunigung auf Basis des Integrationsfilters (7.15) Torsionswinkel α und -geschwindigkeit $\dot{\alpha}$. Diese werden durch Koeffizienten $\mathbf{K} = [K_\alpha \ K_{\dot{\alpha}}]$ verstärkt und als Sollposition v_{soll} an das Lagestellglied gegeben. Aus der sich einstellenden Bewegung der Tilger-masse resultieren Kräfte, welche die auftretenden Schwingungen dämpfen. Mit dem

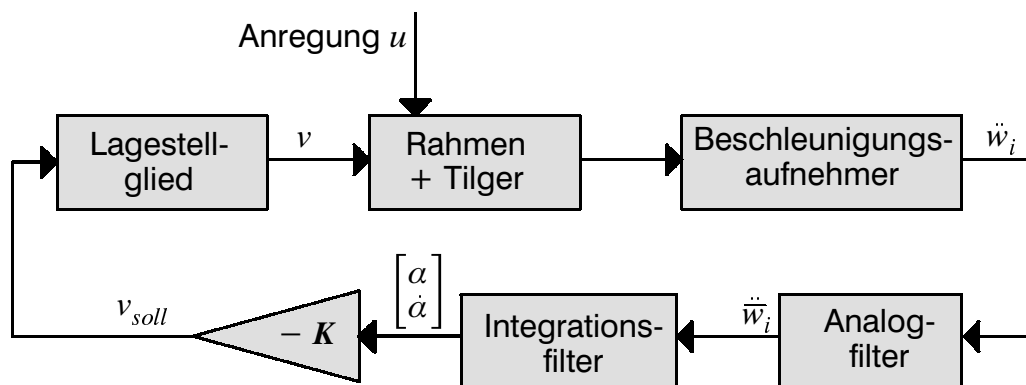


Bild 7.17: Struktur der Regelung des aktiven Schwingungstilgers

auf Basis des Frequenzgangs $G(i\Omega)$ der Torsionsschwingung (7.10) definierten Komfortkriterium

$$\psi_1 = \max_{\Omega} |G(i\Omega)| \quad (7.17)$$

können bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Stellenergie durch den Frequenzgang $G_T(i\Omega) = V(i\Omega)/U(i\Omega)$ der Tilgerrelativbewegung

$$\psi_2 = \max_{\Omega} |G_T(i\Omega)| \quad (7.18)$$

die Reglerkoeffizienten K_α und $K_{\dot{\alpha}}$ durch Lösen des Mehrkriterienoptimierungsproblems

$$\underset{p}{\text{opt}} f(p) \text{ mit } f = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} \text{ und } p = \begin{bmatrix} K_\alpha \\ K_{\dot{\alpha}} \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

gefunden werden. Dabei muss ein Kompromiss zwischen der erzielbaren Komfortverbesserung und dem damit verbundenen Energieaufwand gefunden werden.

Im Gegensatz zur Emulation des passiven Tilgers stellt die Regelung des aktiven Tilgers keine so hohen Ansprüche an die Dynamik der Sensoren und Stellglieder, da eventuell vorhandene Phasenverschiebungen durch entsprechende Wahl der Rückführung teilweise kompensiert werden können. Der größte Phasenabfall wird im beschriebenen Anwendungsfall durch ein zur Signalkonditionierung eingesetztes Filter verursacht. Das zur Unterdrückung hochfrequenter Messsignale verwendete Besselfilter 4. Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 25 Hz führt bei der Torsionseigenfrequenz zu einem Phasenabfall von -45° bei einer Amplitudenabschwächung von weniger als -0.5 dB. Zusätzlich zur Berücksichtigung des Filters wird auch die Dynamik des Stellglieds

$$\ddot{v} + 2\delta \dot{v} + \omega_0^2 v = \omega_0^2 v_{\text{soll}} \quad (7.20)$$

mit der Dämpfung $\delta = 75.4 \text{ s}^{-1}$ und der Eigenfrequenz $\omega_0 = 471 \text{ rad/s}$ in die Modellbildung einbezogen.

Bild 7.18 zeigt die Ergebnisse einer Parameterstudie am Finite Elemente Modell. Die im Entwurfsraum eingetragenen Höhenlinien machen den Widerspruch zwischen den gewählten Kriterien deutlich. Eine Reduktion der Schwingungen kann nur durch höhere Stellenergien erreicht werden und umgekehrt. Deshalb ist es nicht möglich, beide Kriterien gleichzeitig zu minimieren, jedoch können nicht optimale Parameter durch die Ermittlung Pareto-optimaler Entwürfe ausgeschlossen werden. Bei einem Mehrkriterienoptimierungsproblem mit 2 Gütekriterien ohne Nebenbedingungen sind die Gradienten der beiden Kriterien in den Pareto-optimalen Entwürfen entgegengerichtet.

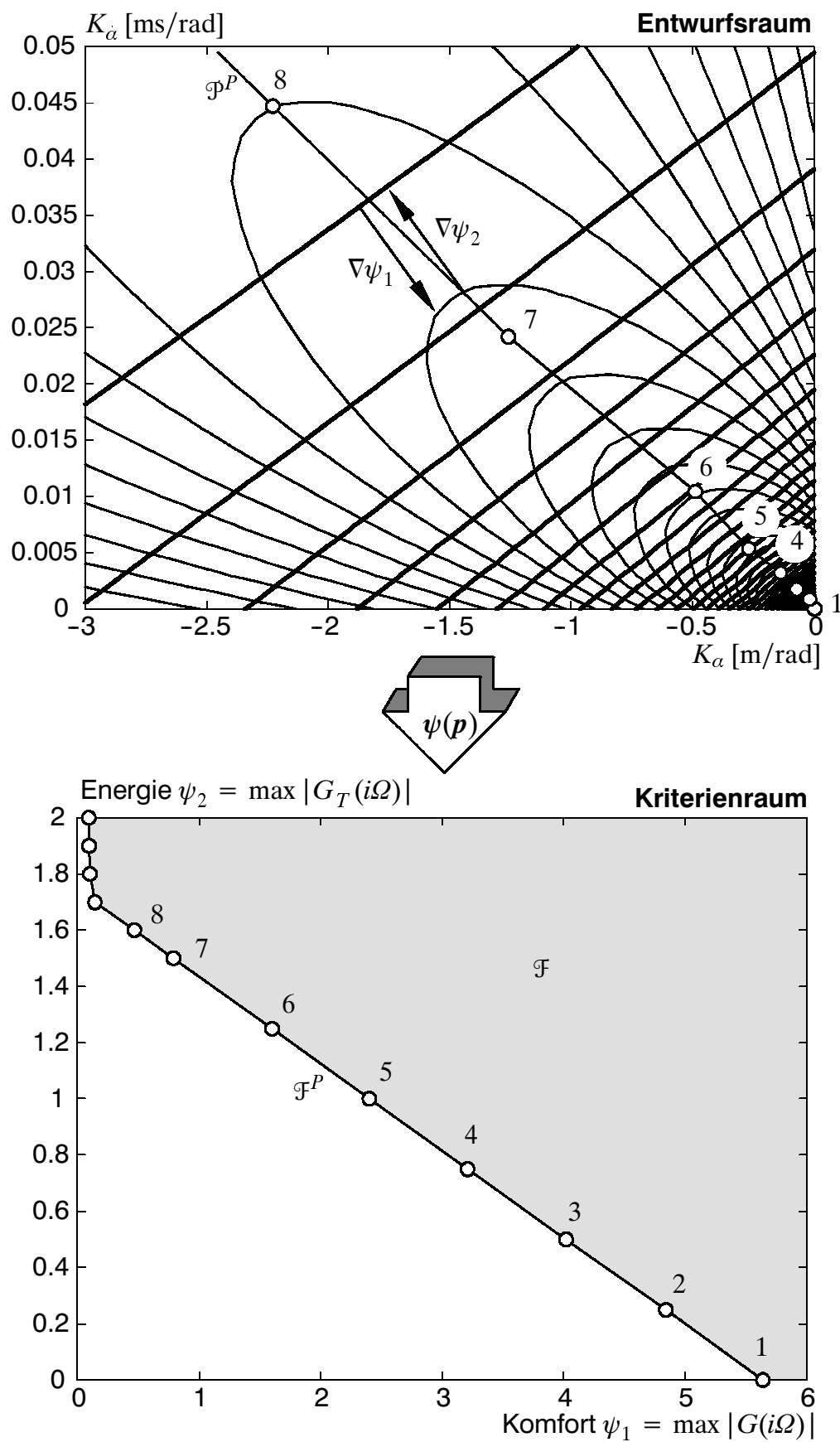


Bild 7.18: Konflikt diagramm des aktiven Schwingungstilgers

richtet. Mit Hilfe dieser Definition können Pareto-optimale Parameter graphisch gefunden und in den Kriterienraum übertragen werden. Aus dieser Abbildung wird deutlich, dass im Bereich der Entwürfe 1 bis 8 ein näherungsweise affiner Zusammenhang zwischen den Pareto-optimalen Kriterienwerten besteht. Soll der Komfort noch weiter verbessert werden, ist überproportional viel Energie aufzuwenden.

Für die rechnergestützte Ermittlung Pareto-optimaler Punkte als Lösung der Mehrkriterienoptimierungsaufgabe (7.19) muss das Vektorproblem auf ein skalares Optimierungsproblem reduziert werden. Auf Grund der fehlenden konvexen Krümmung der Berandung des zulässigen Kriterienraums \mathcal{F} im Bereich der Entwurfparameter 1 bis 8 können durch eine Optimierung mit gewichteten Kriterien nicht alle Pareto-Optima gefunden werden. Eine geeignetere Reduktion ergibt sich mit der Kompromiss-Methode bei vorgegebener Stellenergie. Entsprechend wird die zulässige Bewegung des Tilgers als obere Schranke für das als Ungleichungsnebenbedingung behandelte Kriterium ψ_2 eingeführt und das Komfortkriterium ψ_1 minimiert.

Mit diesem Reduktionsansatz wird eine Optimierung der Reglerparameter am realen System durchgeführt. Gesucht sind die Entwürfe, welche bei einem maximalen Aufwand von $\psi_2 \leq 1$ bzw. $\psi_2 \leq 1.5$ größtmöglichen Komfort in Form der Minimierung des Kriteriums ψ_1 erzielen. Als problematisch stellt sich dabei unabhängig vom gewählten skalaren Optimierungsverfahren der flache Verlauf der Gütefunktionen im Bereich der Pareto-optimalen Lösungen heraus, der in Bild 7.18 an den weit auseinander liegenden Höhenlinien erkennbar ist. Andererseits bedeuten kleine Gradienten eine gewisse Unempfindlichkeit der Kriterien gegenüber Parameteränderungen, so dass keine allzu hohe Genauigkeit bei der Festlegung der optimalen Parameter gefordert werden muss. Die Entwicklung der Parameter bei einer Optimierung mit dem MMA Verfahren ist in Bild 7.19 dargestellt. Bei der Suche nach dem ersten Pareto-optimalen Entwurf \mathbf{p}_1^P mit $\psi_2 \leq 1$ konvergiert der Algorithmus bereits nach 5 Schritten und reduziert das Komfortkriterium von $\psi_1(\mathbf{p}^{(0)}) = 3.3 \text{ rad/m}$ auf $\psi_1(\mathbf{p}_1^P) = 1.84 \text{ rad/m}$. In diesem Bereich sind die Gütefunktionen steil und somit der Einfluss des Messrauschens auf die approximierten Gradienten gering. Trotzdem sind beim zweiten und dritten Iterationsschritt leichte Schwierigkeiten zu erkennen, die vermutlich auf fehlerhafte Gradienteninformationen zurückzuführen sind. Für die Ermittlung eines weiteren Pareto-optimalen Entwurfs mit abgeschwächtem zweiten Kriterium $\psi_2 \leq 1.5$ wird der Algorithmus ausgehend vom gefundenen Optimierer \mathbf{p}_1^P neu gestartet. Diese Iteration führt nach weiteren 17 Schritten zum Entwurf \mathbf{p}_2^P , der die Gütefunktion auf $\psi_1(\mathbf{p}_2^P) = 0.5 \text{ rad/m}$ verringert. Der Einfluss der flachen Gütefunktionen auf den Fehler bei der Gradientenabschätzung wird dabei durch starkes Hin- und Herspringen im Parameterverlauf deutlich.

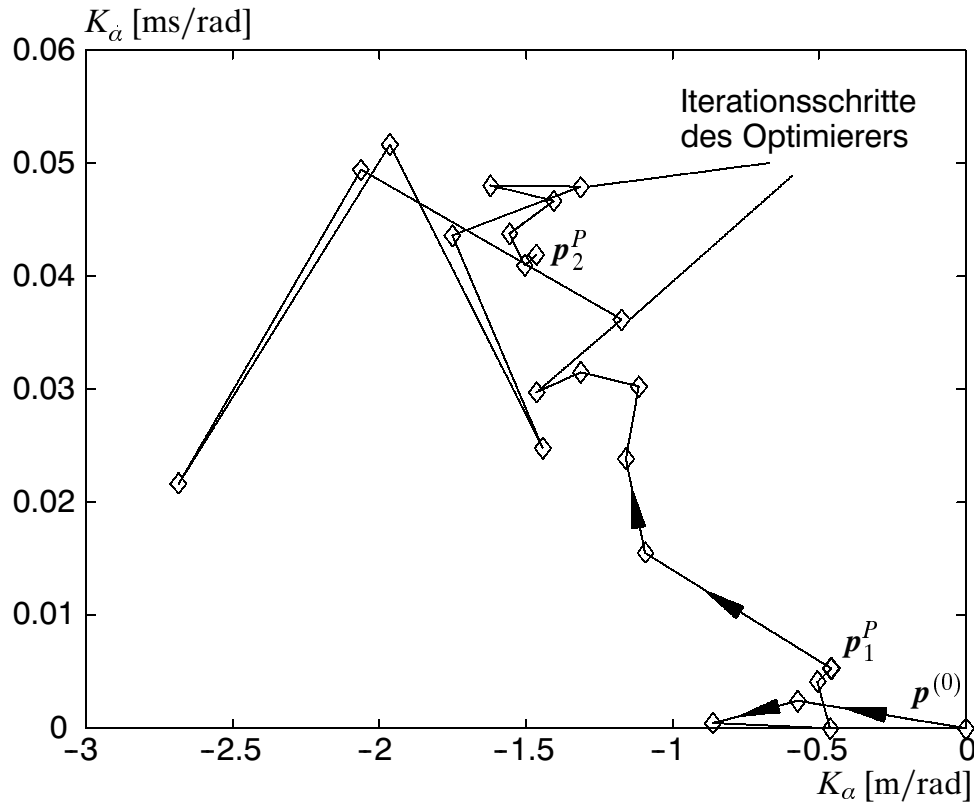


Bild 7.19: Optimierung des aktiven Tilgers mit dem MMA-Verfahren

Die Ergebnisse dieser Experiment-basierenden Optimierung zeigen, dass sich Messungenauigkeiten umso drastischer auf die Konvergenz des Optimierungsverfahrens auswirken, je kleiner der Betrag des Gradienten der Gütefunktion ist. Der Einfluss fehlerbehafteter Messwerte kann durch Mittelung mehrerer Messungen verringert werden, allerdings steigt damit auch die Anzahl der durchzuführenden Experimente an. Eine weitere Möglichkeit zur Verbesserung der Gradientenapproximation ist die Vergrößerung des Approximations-Suchbereichs, wenn die Krümmung der Kriterien vernachlässigbar ist. Für die beschriebene Optimierung wurden die minimale Größe des Suchbereichs auf 3% des zulässigen Parameterbereichs beschränkt und insgesamt mehr als 100 Messungen durchgeführt.

8 Zusammenfassung

Die Optimierung mechanischer Systeme erfolgte bisher fast ausschließlich auf der Basis von Simulationsmodellen. Da Modell und Realität selten exakt übereinstimmen ist beim Übergang von der Simulation zum realen System meist eine abschließende Feinabstimmung notwendig, bei der Parameter durch Herumspielen geändert werden, um ein optimales Systemverhalten zu erreichen. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Erweiterung von Optimierungsverfahren auf Messungen macht Simulationen nicht überflüssig, da virtuelle Prototypen meist einfachere Variantenstudien und Systemanalysen zulassen als reale Prototypen. Die Experiment-gekoppelte Optimierung methodisiert jedoch auch den letzten Schritt der Feinabstimmung in einem systematischen Entwurfskonzept.

Am Anfang dieses Entwurfskonzepts steht die Beschreibung des mechanischen Systems durch Bewegungsgleichungen. In Abhängigkeit der Problemstellung und Systemstruktur eignet sich dafür die Methode der Mehrkörpersysteme oder die Finite Element Methode. Die Analyse linearer Bewegungsgleichungen erfolgt häufig auf Basis von Eigenwertproblemen und Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich. Für die Untersuchung allgemein nichtlinearer Bewegungsgleichungen eignet sich die numerische Integration im Zeitbereich. Mit der Verfügbarkeit von Echtzeitsimulationsumgebungen ist seit einigen Jahren auch eine Kopplung realer mechanischer Systeme mit Simulationsmodellen möglich. Derartige HiL Simulationen sind u. a. dann vorteilhaft, wenn Hardware mit nicht identifiziertem dynamischen Verhalten im Zusammenspiel mit einem Simulationsmodell untersucht werden soll. Auch der Test bereits existierender Teilsysteme in Verbindung mit einem Simulationsmodell des verbleibenden Systems ist ein wichtiges Einsatzfeld. Ein neuer Aspekt ist die Nachbildung passiver Komponenten durch aktive Stellglieder, welche die Eigenschaften des passiven Systems emulieren und durch Anpassen der Parameter des Simulationsmodells einfache Variantenuntersuchungen möglich machen.

Mit der Analyse von HiL Simulation und Simulationsmodellen ist die Grundlage für eine rechnergestützte Optimierung geschaffen. Aufbauend auf diesen Ergebnissen sind Gütefunktionen zu definieren, die eine quantifizierende Vergleichbarkeit verschiedener Entwürfe gewährleisten. Bei dieser Festlegung sollten die Gütefunktionen möglichst keine lokalen Minima aufweisen, die zu Schwierigkeiten bei der Konver-

genz von Optimierungsalgorithmen führen. In der Regel sind die Anforderungen an ein System so vielfältig, dass sie durch ein einzelnes Kriterium nicht beschrieben werden können. Die gleichzeitige Minimierung mehrerer Kriterien führt auf ein Vektor- oder Mehrkriterienoptimierungsproblem, welches auf Grund widersprüchlicher Systemanforderungen im Allgemeinen keine eindeutige Lösung hat. Alle Entwürfe, die durch Ausschluss nicht optimaler Entwurfsvariablen aus dem zulässigen Parameterraum definiert sind, bezeichnet man als Pareto-optimal. Für die numerische Ermittlung Pareto-optimaler Entwürfe ist das Mehrkriterienoptimierungsproblem auf ein skalares Ersatzkriterium zu reduzieren, das mit Standardoptimierungsverfahren gelöst werden kann. Aus der Vielzahl verfügbarer Optimierungsverfahren wird die auf Grund seiner einfachen Anwendbarkeit weit verbreitete Simplex-Methode von Nelder und Mead sowie die sehr erfolgreichen Verfahren der sequentiellen quadratischen Programmierung und die Methode der modifizierten Asymptoten beschrieben.

Die Erweiterung von Optimierungsverfahren auf Experimente führt zu speziellen Anforderungen im Vergleich zur simulationsbasierenden Optimierung. Insbesondere müssen kritische Zustände, wie z. B. instabile Systemparameter, vermieden werden. Dies kann durch Definition geeigneter Nebenbedingungen erreicht werden, notfalls muss das Experiment durch den Anwender rechtzeitig abgebrochen werden. Zusätzliche Probleme ergeben sich durch das unvermeidbare Messrauschen bei Experimenten, was konventionelle Verfahren der Empfindlichkeitsanalyse unbrauchbar macht. Neben speziellen Verfahren der Empfindlichkeitsanalyse, deren Anwendbarkeit auf besondere Kriterien beschränkt ist, werden Algorithmen für numerisch veräuschte Berechnungen beschrieben und ein Approximationsverfahren für den Einsatz bei gemessenen Kriterienwerten erweitert.

Die Anwendung der beschriebenen Verfahren auf einfache Testfälle des virtuellen Prototyping bestätigt, dass Gradientenverfahren schneller konvergieren, die einfache Simplex-Methode aber eine signifikante Reduktion des Kriterienwerts in den ersten Optimierungsschritten aufweist. Ein weiteres Mehrkriterienoptimierungsproblem macht deutlich, dass das Reduktionsverfahren der gewichteten Kriterien bei konkav berandeten Kriterienräumen versagt.

Optimierungsverfahren können auch zur Identifikation unbekannter Systemparameter aus Vergleichen zwischen Messung und Simulation ermittelt werden. Die dabei üblicherweise verwendeten Kriterien auf Basis der Integration einer Fehlerdifferenz zwischen Messung und Simulation weisen oft viele lokale Minima auf. Als geeigneter hat sich ein Mehrkriterienansatz bewährt, der dem herkömmlichen manuellen Ermitteln von Systemparametern nahe kommt: Durch Definition geeigneter Versuche und entsprechender Kriterien können unbekannte Parameter Schritt für Schritt ermittelt wer-

den. Als geeignete Kriterien zeigen sich fensterbewertete Fehlerfunktionen im Zeitbereich sowie Unterschiede im Frequenzbereich bzw. Phasendiagramm.

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Mehrkriterienoptimierungssoftware ist für Gütekriterien konzipiert, die aus Messungen an Experimenten ermittelt werden. Dazu müssen die gewählten Entwurfsparameter des Versuchs kontinuierlich veränderbar sein. Diese Einschränkung betrifft in erster Linie passive mechanische Systeme, bei denen eine Änderung von Parametern mit einem aufwendigen Versuchsumbau verbunden ist. Dagegen lassen sich bei mechatronischen Systemen die Reglerparameter relativ einfach entweder manuell oder über eine geeignete Schnittstelle automatisiert durch die Optimierungssoftware ändern. Dieser Vorteil lässt sich auf passive Systeme übertragen, indem die zu optimierende passive Komponente durch ein aktives Stellglied ersetzt wird, welches das dynamische Verhalten der passiven Komponente emuliert. Dessen Parameter können dann als Entwurfsvariablen der Optimierung definiert und somit wie bei mechatronischen Systemen automatisiert geändert werden.

Literatur

- [1] ACHTZIGER, W.: Methods of Non-Smooth Optimization – Algorithms and Applications. *DCAMM Advanced Topics in Structural Optimization S 81* (1998) 1-82.
- [2] ALBERT, J. UND TOMASZUNAS, J.: Rapid Prototyping von speicherprogrammierbaren Steuerungen an virtuellen Maschinen. *Industrie Management 14* (1998) 34-38.
- [3] AMMON, D.: *Modellbildung und Systementwicklung in der Fahrzeugdynamik*. Stuttgart: Teubner, 1997.
- [4] BALMÈS, E.: New Results on the Identification of Normal Modes from Experimental Complex Modes. *Mechanical Systems and Signal Processing 11* (1997) 229-243.
- [5] BESTLE, D.: *Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen*. Berlin: Springer, 1994.
- [6] BESTLE, D. UND EBERHARD, P.: Multi-Criteria Multi-Model Design Optimization. In: *IUTAM Symposium on Optimization of Mechanical Systems*, von D. Bestle und W. Schiehlen (Hrsg.) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996, S. 33-40.
- [7] BESTLE, D. UND EBERHARD, P.: *NEWOPT / AIMS 2.2. Ein Programmpaket zur Analyse und Optimierung von mechanischen Systemen*. Anleitung AN-35. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, 1994.
- [8] BESTLE, D. UND GLORA, M.: *Analyse einer Federwindemaschine vom Typ FSR 22. Messung, Analyse und Simulation*. Forschungsbericht FB-4. Cottbus: Brandenburgische Technische Universität, Lehrstuhl für Maschinendynamik, 1999.
- [9] BIRAN, A. UND BREINER, M.: *MATLAB für Ingenieure*. Bonn: Addison-Wesley, 1997.
- [10] BRANCH, M. A. UND GRACE, A.: *Matlab Optimization Toolbox: User's Guide*. Natick: The MathWorks, 1996.
- [11] BREMER, H. UND PFEIFFER, F.: *Elastische Mehrkörpersysteme*. Stuttgart: Teubner, 1992.
- [12] BOSCH, K.: *Elementare Einführung in die angewandte Statistik*. Braunschweig: Vieweg, 1985.
- [13] BOX, M. J.: A New Method of Constrained Optimisation and a Comparison with Other Methods. *The Computer Journal 8* (1965) 42-52.
- [14] CIFUENTES, A. O.: *Using MSC/NASTRAN: Statics and Dynamics*. New York: Springer, 1989.

- [15] CHOI, T. D. UND KELLEY, C. T.: Superlinear Convergence and Implicit Filtering. *SIAM Journal on Optimization* **10** (2000) 1149-1162.
- [16] COOLEY, J. W. UND TUKEY, J. W.: An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. *Math. Comp.* **19** (1965) 297-301.
- [17] DIN 45 671: Messungen mechanischer Schwingungen am Arbeitsplatz. 1990.
- [18] DÖRRSCHEIDT, F. UND LATZEL, W.: *Grundlagen der Regelungstechnik*. Stuttgart: Teubner, 1993.
- [19] *MLIB MATLAB-DSP Interface Library. User's Guide*. dSPACE GmbH, Paderborn, 1998.
- [20] *MTRACE Real-Time Trace Module for MATLAB. User's Guide*. dSPACE GmbH, Paderborn, 1998.
- [21] EBERHARD, P.: *Zur Mehrkriterienoptimierung von Mehrkörpersystemen*. Dissertation. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 11, Nr. 227. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1996.
- [22] ESCHENAUER, H. A.: Multicriteria Optimization Techniques for Highly Accurate Focusing Systems. In: *Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences*, von W. Stadler (Hrsg.) New York: Plenum Press, 1988, S. 309-354.
- [23] *ASCET-SD V 4.0*. ETAS GmbH & Co. KG, Stuttgart, 2000.
- [24] ETMAN, L. F. P.: *Optimization of Multibody Systems Using Approximation Concepts*. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 1997.
- [25] FLETCHER, R.: *Practical Methods of Optimization*. Chichester: John Wiley & Sons, 1987.
- [26] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. Heidelberg: Hüthig, 1994.
- [27] FRITSCHER, T. UND ZAMMERT, W.-U.: *FEM-Praxis mit ANSYS®: Grundkurs*. Braunschweig: Vieweg, 1993.
- [28] GILL, P. E.; MURRAY, W. UND WRIGHT, M. H.: *Practical Optimization*. London: Academic Press, 1981.
- [29] GILMORE P. A.; BERGER, S. S.; BURR, R. F. UND BURNS, J. A.: Automated Optimization Techniques for Phase Change Piezoelectric Ink Jet Performance Enhancement. *Final Program and Proceedings of the IS&T's NIP 13 International Conference on Digital Printing Technologies* (1997) 716-721.
- [30] GLORA, M. UND BESTLE, D.: Optimierung von Schwingungstilgern: Vergleich zwischen Berechnung und Versuch. *Forum der Forschung* **9** (1999) 75-79.
- [31] GRIEWANK, A.; JUEDES, D. UND UTKE, J.: *ADOL-C: A Package for the Automatic Differentiation of Algorithms Written in C/C++*. Dresden: Technische Universität Dresden, 1995.

- [32] HAIRER, E.; NØRSETT, S. UND WANNER, G.: *Solving Ordinary Differential Equations. I: Nonstiff Problems*. Berlin: Springer, 1987.
- [33] HANSELMANN, H.: Beschleunigte Mechatronik-Entwicklung durch Rapid Control Prototyping und Hardware-in-the-Loop-Simulation. *Automatisierungstechnik* **46** (1998) 113-119.
- [34] HANSEN, P.: *Studies on Graphs and Discrete Programming*. Amsterdam: North-Holland Publ., 1981.
- [35] HEIMANN, B.; GERTH, W. UND POPP, K.: *Mechatronik. Komponenten – Methoden – Beispiele*. München: Carl-Hanser-Verlag, 1998.
- [36] HESSE, H.: Aktive Nickschwingungsdämpfung für Ackerschlepper. *Landtechnik* **46** (1991) 20-22.
- [37] HICKS, C. R. UND TURNER, K. V.: *Fundamental Concepts in the Design of Experiments*. New York: Oxford University Press, 1999.
- [38] HOFFMANN, J.: *MATLAB und SIMULINK*. Bonn: Addison-Wesley-Longman, 1998.
- [39] HOFFMANN, R.: *Signalanalyse und -erkennung. Eine Einführung für Informations-techniker*. Berlin: Springer, 1998.
- [40] HOLLAND, J. H.: *Adaptation in Natural and Artificial Systems. An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. Cambridge: The MIT Press, 1993.
- [41] HOLZWEIBIG, F. UND DRESIG, H.: *Lehrbuch der Maschinendynamik*. Leipzig: Fachbuchverlag, 1994.
- [42] IGNIZIO, J. P.: *Introduction to Linear Goal Programming*. Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences 07-056. Newbury Park: Sage, 1995.
- [43] JÖST, R. UND PALECZEK, J.: *Vorrichtung zum Bedämpfen von Karosserieschwingungen*. Offenlegungsschrift DE 19532039. München: Deutsches Patentamt, 1997.
- [44] KAKINOUCHI, T.; ASANO, T.; TANIDA, K. UND TAKAHASHI, N.: Active Mass Damper Demonstration for Ship Vibration Reduction. *Naval Engineers Journal* **104** (1992) 46-52.
- [45] KARPLUS, W. J.: *Mathematical Modeling and Digital Computer Simulation of Engineering and Scientific Systems. Volume I*. AIC Lehrgang-Manuskript. Zürich: American Interface Corporation, 1997.
- [46] KEUPER, G.; SENGER, K.-H.; JÄKER, K.-P. UND CASTIGLIONI, G.: Improvements of Controlled Suspensions with Actively Controlled Vibration Absorbers. *4th int. EAEC Conf. on Vehicle and Traffic Systems Technology Strasbourg 1* (1993) 433-447.
- [47] KIRSCH, H.: *Simulation und Konstruktion eines aktiven hydraulischen Schwingungstilgers*. Studienarbeit STUD-1. Cottbus: Brandenburgische Technische Universität, Lehrstuhl für Maschinendynamik, 1999.

- [48] KNIEBEL, M.: *Kopplung von numerischer Steuerung und Echtzeitsimulation*. Studienarbeit STUD-2. Cottbus: Brandenburgische Technische Universität, Lehrstuhl für Maschinendynamik, 2000.
- [49] KOFLER, M.: *Maple V Release 4. Einführung und Leitfaden für den Praktiker*. Bonn: Addison-Wesley, 1996.
- [50] KOFLER, M.: *Mathematica: Einführung, Anwendung, Referenz*. Bonn: Addison-Wesley, 1998.
- [51] KOHLMEIER, H.-H.; LIEFOOGHE, CH.; JÖST, R.; BAYER, H. UND BURST, H.: *Vorrichtung zur Dämpfung von Torsionsschwingungen*. Europäische Patentschrift 478936. München: Europäisches Patentamt, 1995.
- [52] KOLK, O. UND STÜHLER, W.: Berücksichtigung von Dämpfungen bei FEM-Fahrzeug-Berechnungen zur besseren Anpassung der Resonanzüberhöhungen und Eigenschwingungsformen an Messergebnisse. In: *Experimentelle und rechnerische Modalanalyse sowie Identifikation dynamischer Systeme, VDI-Schwingungstagung 2000* VDI Berichte 1550. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2000, S. 249-268.
- [53] *Bedienersoftware SR600.EXE für SERVOSTAR™ 600*. KOLLMORGEN Seidel GmbH & Co. KG, Düsseldorf, 1998.
- [54] *Synchron Servomotor BH-2xx-x...BH-8xx-x*. KOLLMORGEN Seidel GmbH & Co. KG, Düsseldorf, 1998.
- [55] KOLOVSKY, M. Z.: *Nonlinear Dynamics of Active and Passive Systems of Vibration Protection*. Berlin: Springer, 1999.
- [56] KREUZER, E.: *Symbolische Berechnung der Bewegungsgleichungen von Mehrkörpersystemen*. Dissertation. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 11, Nr. 32. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1979.
- [57] KREUZER, E.: *Numerische Untersuchung nichtlinearer dynamischer Systeme*. Berlin: Springer, 1987.
- [58] KÜHHORN, A. UND SILBER, G.: *Technische Mechanik für Ingenieure. Grundlagen für Studium und Praxis*. Heidelberg: Hüthig, 2000.
- [59] LAGARIAS, J. C.; REEDS, J. A.; WRIGHT, M. H. UND WRIGHT, P. E.: Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. *SIAM Journal on Optimization* 9 (1998) 112-147.
- [60] LEISTER, G.: *Programmpaket NEWSIM*. Anleitung AN-25. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, 1991.
- [61] LINK, M.: *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*. Stuttgart: Teubner, 1989.
- [62] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Berlin: Springer, 1996.
- [63] MAGNUS, K.: *Schwingungen*. Stuttgart, Teubner, 1986.

- [64] MATTSSON, S. E.; ELMQVIST, H. UND OTTER, M.: Physical System Modeling with Modelica. *Control Engineering Practice* 6 (1998) 501-510.
- [65] MITSCHKE, M.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge. Band B: Schwingungen*. Berlin: Springer, 1997.
- [66] MÜLLER, P. C. UND SCHIEHLEN, W. O.: *Lineare Schwingungen*. Wiesbaden: Akademische Verlagsgesellschaft, 1976.
- [67] NATKE, H. G.: *Einführung in die Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse: Identifikation schwingungsfähiger elastomechanischer Systeme*. Braunschweig: Vieweg, 1992.
- [68] NELDER, J. A. UND MEAD, R.: A Simplex Method for Function Minimization. *Computer Journal* 7 (1965) 308-313.
- [69] OLHOFF, N. UND LUND, E.: Finite Element Based Engineering Design Sensitivity Analysis and Optimization. In: *Advances in Structural Optimization*, von J. Herkovits (Hrsg.) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995, S. 1-45.
- [70] ONG, C.-M.: *Dynamic Simulation of Electric Machinery*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1998.
- [71] PHAM, D. T. UND KARABOGA, D.: *Intelligent Optimisation Techniques*. London: Springer, 2000.
- [72] POPP, K. UND SCHIEHLEN, W.: *Fahrzeugdynamik*. Stuttgart: Teubner, 1993.
- [73] POWELL, M. J. D.: A Fast Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization Calculations. In: *Numerical Analysis, Proc. Biennial Conf. Dundee 1977*, von G. A. Watson (Hrsg.) Lecture Notes in Math. 630. Berlin: Springer, 1978, S. 144-157.
- [74] PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T. UND FLANNERY, B. P.: *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*. Cambridge: University Press, 1992.
- [75] RAPS, F.: Theoretische Untersuchungen und Experimente im Labor zur aktiven Dämpfung von Bauwerksschwingungen. *VDI-Berichte* 627 (1987) 247-262.
- [76] ROMERO, C.: Goal Programming and Multiple Criteria Decision Making: Some Reflections. In: *Multiple Criteria Decision Making*, von G. Fandel und T. Gal (Hrsg.) Berlin: Springer, 1997, S. 192-198.
- [77] RÜKGAUER, A.: *Modulare Simulation mechatronischer Systeme mit Anwendung in der Fahrzeugdynamik*. Dissertation. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 20, Nr. 248. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1997.
- [78] RULKA, W.: SIMPACK – A Computer Program for Simulation of Large-motion Multibody Systems. In: *Multibody Systems Handbook*, von W. Schiehlen (Hrsg.) Berlin: Springer, 1990, S. 265-284.
- [79] RYAN, R. R.: ADAMS – Multibody System Analysis Software. In: *Multibody Systems Handbook*, von W. Schiehlen (Hrsg.) Berlin: Springer, 1990, S. 361-402.

- [80] SCHÄFER, P.: *Echtzeitsimulation aktiver Mehrkörpersysteme auf Transputernetzen*. Dissertation. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 11, Nr. 202. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1994.
- [81] SCHIEHLEN, W.: *Technische Dynamik*. Stuttgart: Teubner, 1986.
- [82] SCHIRM, W.: *Symbolisch-numerische Behandlung von kinematischen Schleifen in Mehrkörpersystemen*. Dissertation. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 11, Nr. 198. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1993.
- [83] SCHITTKOWSKI, K.: NLPQL: A FORTRAN Subroutine Solving Constrained Nonlinear Programming Problems. *Annals of Operations Research* 5 (1985/86) 485-500.
- [84] SCHITTKOWSKI, K.: *Nonlinear Programming Codes. Information, Tests, Performance*. Berlin: Springer, 1980.
- [85] SCHWARZ, H. R.: *Numerische Mathematik*. Stuttgart: Teubner, 1993.
- [86] *SERVO-MODUL Drehzahlregler für Mehrachsen-Servoantriebe Baureihe MAT... MQA....*. Infranor GmbH, Heidelberg, 1995.
- [87] SHAMPINE, L. F.: *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations*. New York: Chapman & Hall, 1994.
- [88] SHAMPINE, L. F. UND GORDON, M. K.: *Computer Solution of Ordinary Differential Equations. The Initial Value Problem*. San Francisco: Freeman, 1975.
- [89] SPÖRL, T. UND BEINEKE, E.: *The LabCar Test Environment for Interconnected Electronic Control Units*. SAE International Congress & Exposition, Detroit, 1999.
- [90] SPÖRL, T. UND HEPPNER, B.: *Hardware-in-the-Loop Test System for Interconnected Automotive Control Units*. 1st IFAC-Conference on Mechatronic Systems, Darmstadt, 2000.
- [91] STADLER, W.: Fundamentals of Multicriteria Optimization. In: *Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences*, von W. Stadler (Hrsg.) New York: Plenum Press, 1988, S. 1-25.
- [92] STATNIKOV, R. B. UND MATUSOV, J. B.: *Multicriteria Optimization and Engineering*. New York: Chapman & Hall, 1995.
- [93] STEUER, R. E.: *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application*. Chichester: John Wiley & Sons, 1986.
- [94] STOER, J.: *Numerische Mathematik 1*. Berlin: Springer, 1994.
- [95] SVANBERG, K.: The Method of Moving Asymptotes - Modelling Aspects and Solution Schemes. *DCAMM Advanced Topics in Structural Optimization* S 81 (1998) 1-23.
- [96] TOROPOV, V. V.; FILATOV, A. A. UND POLYNKIN, A. A.: Multiparameter Structural Optimization Using FEM and Multipoint Explicit Approximations. *Structural Optimization* 6 (1993) 7-14.

- [97] TRAN, M. T.: *Simulated Annealing. Konstruktion und Analyse einer Auswahl stochastischer Optimierungsverfahren mit Hilfe inhomogener Markoff-Ketten*. Göttingen: Cuvillier, 1995.
- [98] ÜBERHUBER, CH.: *Computer-Numerik 1 und 2*. Berlin: Springer, 1995.
- [99] WAFIOS *Elektro-mechanische Federwindemaschinen FSR 12-42*. WAFIOS AG, Reutlingen, 1996.
- [100] WIESEL *light Antriebspaket*. NEFF Antriebstechnik Automation GmbH, Waldenbuch, 1995.
- [101] WIMMER, J.: *Methoden zur ganzheitlichen Optimierung des Fahrwerks von Personenkraftwagen*. Dissertation. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 332. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1997.
- [102] WECK, M.: *Werkzeugmaschinen – Fertigungssysteme Bd. 3.2 Automatisierung und Steuerungstechnik 2*. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1995.
- [103] WECK, M. UND PLEWNIA, CHR.: Lärmmessung. In: *Handbuch der industriellen Messtechnik*, von P. Profos und T. Pfeifer (Hrsg.) München: Oldenbourg, 1994, S. 1194-1211.
- [104] ZHANG, W. H.; FLEURY C.; DUYSINX, P.; NGUYEN, V. H. UND LASCHET, I.: A Generalized Method of Moving Asymptotes (GMMA) Including Equality Constraints. In: *Proceedings of the First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*, von N. Olhoff und G. I. N. Rozvany (Hrsg.) Oxford: Pergamon, 1995, S. 53-58.
- [105] ZHONG, Z.: *Einbindung eines Hydraulikzylinders in ein Fahrzeugmodell. Modelle, Simulationen, Regelung und Anwendungsbeispiel*. Forschungsbericht FB-2. Cottbus: Brandenburgische Technische Universität, Lehrstuhl für Maschinendynamik, 1997.
- [106] ZHU, Z. Q. UND HOWE, D.: Analytical Prediction of the Cogging Torque in Radial-field Permanent Magnet Brushless Motors. *IEEE Transactions on Magnetics* 28 (1992), 1371-1374.

Zusammenfassung

Die Arbeit stellt das prinzipielle Vorgehen der Mehrkriterienoptimierung zunächst an Beispielen des virtuellen Prototyping dar. Die Anwendung von Optimierungsalgorithmen auf Parameteridentifikationsaufgaben führt zur Mehrkriterien-Mehrmodell-Optimierung, bei der unbekannte Systemparameter aus Vergleichen zwischen Messungen und Simulationen durch ein schrittweises Vorgehen auf Basis angepasster Versuche, Teilmodelle und Kriterien ermittelt werden können. Bei der Experiment-gekoppelten Hardware-in-the-Loop Optimierung verursacht die Streuung der Messergebnisse auf Grund des nicht vermeidbaren Messrauschens Probleme bei der Konvergenz der Optimierungsverfahren. Abhilfe schafft hier eine angepasste Funktionswert- und Gradientenberechnung auf Basis eines Approximationsverfahrens. Die Vorteile dieses neu entwickelten Verfahrens sind die Verwendung einer Ansatzfunktion zur Elimination von Messfehlern, die Speicherung aller Messwerte für eine eventuelle Weiterverarbeitung und die damit verbundene Minimierung der Anzahl notwendiger Versuche, sowie das Sicherheitskonzept zur Vermeidung kritischer Versuchszustände durch eine implementierte Schrittweitenbegrenzung.

Abstract

First of all the aim of multi criterion optimization is demonstrated by examples of virtual prototyping. Application to parameter identification problems leads to a multi-criterion multi-model optimization strategy where unknown parameters of a system can be estimated by a step-by-step approach based on appropriate experiments, sub models and criteria. Experiment based Hardware-in-the-loop optimizations show additional problems concerning the convergence of optimization routines due to noise in the measurement. Appropriate criteria and gradient evaluation based on an approximation approach can solve this problem. The new approach has the following advantages: Measurement noise is minimized by using approximations of the criteria, the amount of necessary function evaluations is minimized by storing all results for further approximations, and a safety concept avoiding critical states of the experiment is included.

Lebenslauf

- 15.04.1970 Geboren in Nürnberg
- 1976-1980 Besuch der Grundschule in Eckersmühlen
- 1980-1989 Besuch des Gymnasiums Roth, naturwissenschaftlicher Zweig
Allgemeine Hochschulreife im Juni 1989
- 1989-1990 15-monatiger Grundwehrdienst in Bruchsal und Roth
- 1990-1995 Studium des Maschinenwesens an der Universität Stuttgart
mit den Hauptfächern Technische Dynamik und
Angewandte Thermodynamik
- 11.12.1995 Abschluss der Diplomprüfung
- Seit 1996 Mitarbeiter am Lehrstuhl für Maschinendynamik der
Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus
unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. habil. D. Bestle